

Soru 1) Bir çiftin iki çocuğu vardır. İlk çocuk kız ise her ikisinin de kız olma olasılığı nedir ?

Cevap:

Soru 2) ABD'de çalışan 500 evli çift üzerinde yıllık gelirler konusunda anket yapılıyor. Ankette aşağıdaki sonuçlar elde ediliyor. Buna göre çiftlerin 36'sında kadın 25000\$'dan daha çok, erkek ise 25000\$'dan daha az kazanıyor. Rastgele bir çift seçildiğinde erkeğin 25000\$'dan az kazanma olasılığı nedir?

		Erkek	
Kadın		25000\$'dan az	25000\$'dan Fazla
25000\$'dan az	212	198	
25000\$'dan Fazla	36	54	

Cevap:

Soru 3) Bir önceki soruda erkeğin 25000\$'dan fazla kazandığı biliniyorsa kadının 25000\$'dan az kazanma olasılığı nedir?

Cevap:

Soru 4) Bir iletişim kanalında 0 ve 1 bitleri iletilmektedir. İletilen bir bit 0.02 olasılıkla yanlış olarak alınmaktadır. İletilmek istenen her 5 bit yerine gönderici hata kodlaması yaparak 7 bit iletmektedir. Alıcı aldığı hata kodlanmış 7 bit'e hata dekodlaması yapmakta ve 3 bit ve daha az sayıda hata varsa düzeltebilmektedir. Bu durumda alıcıda hata yapılma olasılığı nedir?

Cevap:

Soru 5) Bir bilgisayarın bozulmadan önce çalıştığı toplam süre (saat cinsinden) $f_X(x) = \frac{1}{100} e^{-\frac{x}{100}}$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahiptir. Bilgisayarın bozulmadan önce 50 ile 150 saat arasında çalışma olasılığı nedir?

Cevap:

Soru 6) Bir haberleşme sisteminde bilgi paketlerinin uzunluğu 16 bit'tir. Paketin içinde 1 olma olasılığı $\frac{3}{4}$ ise pakette toplam 10 tane 1 olma olasılığı nedir?

Cevap:

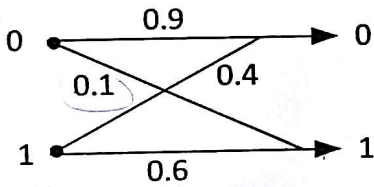
Soru 7) Bir X rastlantısal değişkeni $[0,1]$ arasında düzgün dağılıma sahiptir. $A = \{0 < x < 0.5\}$, $B = \{0.3 < x < 1\}$, $C = \{0.45 < x < 0.6\}$ olayları tanımlandığına göre $\Pr(C|(A \cap B))=?$

Cevap:

Soru 8) Bir santraldeki telefon görüşmeleri Poisson PMF'si ile modellenmektedir. X ; t dakikadaki telefon görüşmelerinin sayısını gösteriyor ve $\Pr(X = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$, $k = 0,1,2, \dots$ olduğuna göre 5 dakikada en az 3 görüşme yapılması olasılığını hesaplayınız.

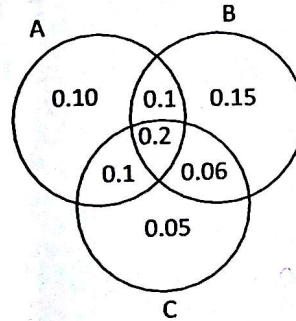
Cevap:

Soru 9) Bir haberleşme sisteminde 0 iletilip bunun alıcıda doğru alınma olasılığı 0.9 ve 1 iletilip bunun alıcıda doğru alınma olasılığı 0.6'dır. Bu durum aşağıdaki şekilde özetlenmiştir.



Buna göre alıcıda hata yapma olasılığını bulunuz.

Cevap:



Soru 10) Yandaki şekle göre $\Pr(A \cap B|A \cap C) = ?$

Cevap:

Soru 11) A, B ve C olaylarının istatistiksel olarak bağımsız olduğu bilinmektedir $\Pr(A) = 0.2$, $\Pr(B) = 0.3$, $\Pr(C) = 0.4$ ise A ve B olaylarından en az birinin meydana gelme olasılığı nedir?

Cevap:

Soru 12) Bir haberleşme sisteminde alıcı alınan paket hatalı ise vericiden paketin tekrar gönderilmesini istemektedir. Bir paketin yanlış alınma olasılığı 0.001 ise bir paketin 5. tekrarda alıcıda doğru olarak alınma olasılığı nedir?

Cevap:

Olasılık Kuramı 2014-2015

1/4

Ara Sınav Cevap Anahtarı

1)

$$\boxed{\frac{1}{2}}$$

2)

		Erkek	
Kadın		< 25000\$	> 25000\$
< 25000\$	212	198	
> 25000\$	36	54	

Rastgele seçilen bir çiftte erkeğin 25000\$'dan az kazanma olasılığı nedir.

$$212 + 36 = 248 \text{ çiftte erkek } 25000\$'dan az kazanır.$$

$$\text{Cevap: } \frac{248}{500} = \frac{62}{125} = 0,496$$

3) Erkeğin 25000\$'dan fazla kazandığı çift sayısı = 198 + 54 = 252
Eğer erkeğin 25000\$'dan fazla kazandığı biliniyorsa kadının 25000\$'dan az kazanma olasılığı = $\frac{198}{252} \approx 0,7857$

4) $P_r(\text{yanlış alınma}) = 0,02$

$$\begin{aligned}
 P_r(\text{hata}) &= \sum_{k=4}^7 \binom{7}{k} p^k (1-p)^{7-k} = \binom{7}{4} 0,02^4 0,98^3 + \binom{7}{5} 0,02^5 0,98^2 \\
 &\quad + \binom{7}{6} 0,02^6 \cdot 0,98 + \binom{7}{7} 0,02^7 \cdot 0,98^0 \\
 &= 35 \cdot 16 \cdot 10^{-8} \cdot 0,941 + 21 \cdot 32 \cdot 10^{-10} \cdot 0,96 \\
 &\quad + 7 \cdot 64 \cdot 10^{-12} \cdot 0,98 + 128 \cdot 10^{-14} \\
 &= 5,2696 \cdot 10^{-6} + 64512 \cdot 10^{-8} + 4,3904 \cdot 10^{-10} \\
 &\quad + 128 \cdot 10^{-14} \\
 &= 5,3345 \cdot 10^{-6}
 \end{aligned}$$

Olasılık Kuramı 2014-2015

2/4

Ara Sınav Cevap Anahtarı

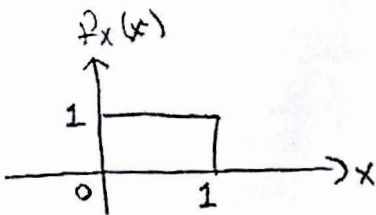
$$5) f_x(x) = \frac{1}{100} e^{-\frac{x}{100}} \cdot U(x)$$

$$\begin{aligned} \Pr(50 \text{ ile } 150 \text{ saat arası çalışma}) &= \int_{50}^{150} \frac{1}{100} \cdot e^{-\frac{x}{100}} dx \\ &= \frac{1}{100} (-100) \cdot e^{-x/100} \Big|_{50}^{150} \\ &= (-1) \left(e^{-150/100} - e^{-50/100} \right) \\ &= \left[e^{-1/2} - e^{-3/2} \right] = 0,606 - 0,223 \\ &= \underline{\underline{0,38286}} \end{aligned}$$

6)

$$\left[\binom{16}{10} \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 = 8008 \cdot 0,05631 \cdot 2,441 \cdot 10^{-4} = 0,11 \right]$$

$$7) A = \{0 < x < 0,5\} ; B = \{0,3 < x < 1\} , C = \{0,45 < x < 0,6\}$$



$$\Pr(C | (A \cap B)) = ?$$

$$\Pr(C | (A \cap B)) = \frac{\Pr(C, A \cap B)}{\Pr(A \cap B)} = \frac{\Pr(A \cap B \cap C)}{\Pr(A \cap B)}$$

$$= \frac{\Pr(0,45 < x < 0,5)}{\Pr(0,3 < x < 0,5)}$$

$$= \frac{0,05}{0,2} = 2,5 \cdot 10^{-1} = \underline{\underline{0,25}}$$

Olasılık Kuramı 2014-2015

3/4

Ara Sınav Cevap Anahtarı

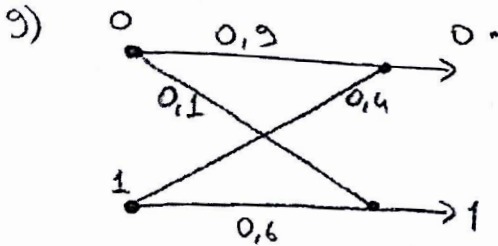
8) $\lambda = 2$ görüşme / dakika

$$Pr(\text{en az 3 görüşme}) = \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} = 1 - \sum_{k=0}^2 \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

$$\lambda t = 2 \cdot 5 = 10 \Rightarrow Pr(\text{en az 3 görüşme}) = 1 - \left[\frac{10^0}{0!} e^{-10} + \frac{10^1}{1!} e^{-10} + \frac{10^2}{2!} e^{-10} \right]$$

$$= 1 - e^{-10} [1 + 10 + 50]$$

$$= \boxed{1 - 61 \cdot e^{-10} = 0,997}$$

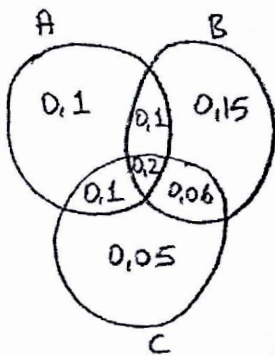


$$Pr(\text{hata}) = Pr(\text{hata}, 0) + Pr(\text{hata}, 1)$$

$$= Pr(\text{hata} | 0) \cdot Pr(0) + Pr(\text{hata} | 1) \cdot Pr(1)$$

$$= \left[0,1 \cdot \frac{1}{2} + 0,4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \right]$$

10)



$$Pr(A \cap B | A \cap C) = ?$$

$$\text{Cevap} = \frac{0,2}{0,3} \quad (A \cap C \text{ 'nin olduğu biliniyorsa } A \cap B \text{ 'nin olasılığı})$$

İİ Yol

$$Pr(A \cap B | A \cap C) = \frac{Pr(A \cap B, A \cap C)}{Pr(A \cap C)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Olasılık Kuramı 2014-2015
Ara Sınav Cevap Anahtarı

4/4

11) A, B ve C istatistiksel olarak bağımsız.

$$Pr(A) = 0,2; Pr(B) = 0,3; Pr(C) = 0,4$$

$$\begin{aligned} A, B, C \text{ 'nin hiç birinin meydana gelmeme olasılığı} &= 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 \\ &= Pr(\bar{A}) \cdot Pr(\bar{B}) \cdot Pr(\bar{C}) \\ &= 0,336 \end{aligned}$$

$$1 - Pr(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}) = 1 - 0,336 = 0,664 \text{ : } A, B \text{ ve } C \text{ den en az birisi meydana gelmiştir.}$$

$$\begin{aligned} A, B \text{ den en az birinin meydana gelme olasılığı} &= 0,664 - Pr(\bar{A}, \bar{B}, C) \\ &= 0,664 - (0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4) \\ &= \underline{0,664 - 0,224 = 0,44} \end{aligned}$$

$$12) \text{ Pr (5. tekrarda alınma) } = (0,001)^4 \cdot (0,999) = 10^{-12} \cdot 0,999 = 9,99 \cdot 10^{-13}$$