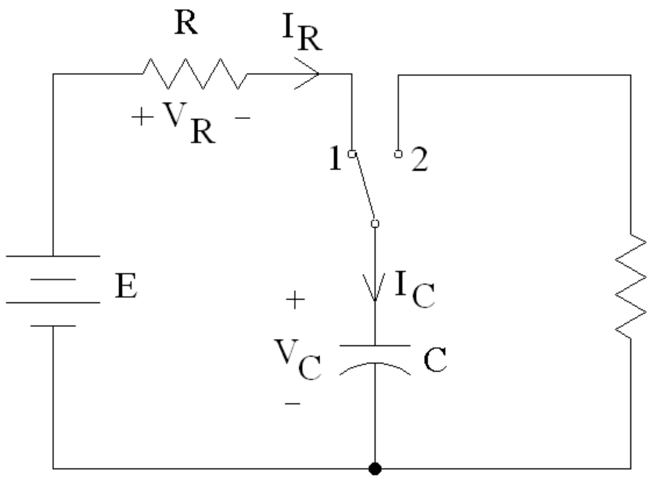
Kondansatörün Dolması

Aşağıdaki devre kondansatörün dolması ve boşalması sırasındaki gerilim değişiminin analizi için kullanılacaktır. Anahtar 1 konumundayken kondansatör E gerilim kaynağı tarafından R direncinin ve kondansatörün C sığasının belirleyeceği hızla dolar.



Anahtarın 1 konumu için şu eşitlikler yazılabilir.

$$E = V_R(t) + V_C(t)$$

$$E = I_R(t).R + V_C(t)$$

seri bağlı olduklarından $I_R(t) = I_C(t)$' dir.

$$E = I_C(t).R + V_C(t)$$

Kondansatörün akım-gerilim ilişkisi gereğince

$$I_C(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt}$$

$$E = R.C.\frac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t)$$

bulunur. Bu diferansiyel denklem $V_c(0) = 0$ başlangıç koşuluyla çözülürse,

$$V_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad (1)$$

şeklindeki, kondansatör geriliminin zamanla değişimini gösteren ifadeye ulaşılır.

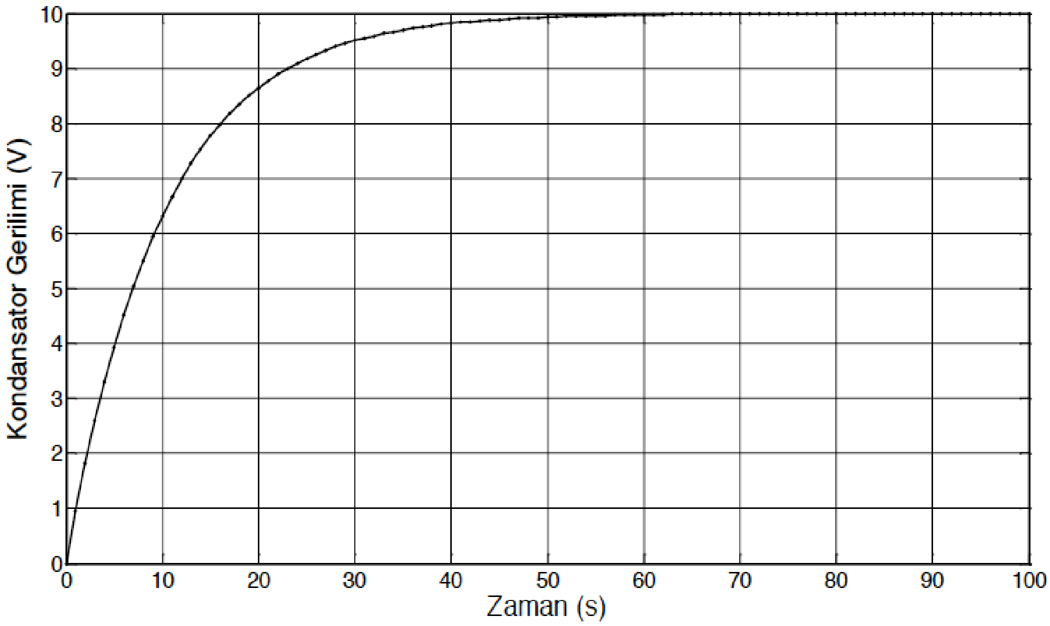
$t = 0$ için $V_C(0) = 0$
$t \rightarrow \infty$ için $V_C(\infty) = E$

Yani başlangıçta boş olan ideal kapasitör, potansiyel fark sonucu akan akımla yavaş yavaş dolar ve belirli bir süre sonra kapasitör gerilimi E değerine ulaşacağından akım akmaz, kapasitör gerilimi bu değerde sabitlenir. RC çarpımı devrenin ''zaman sabiti'' olarak adlandırılır. τ ile gösterilir ve birimi saniyedir.

(1) ifadesinde $t = \tau$ için,

$$V_C(t) = E.(1 - e^{-\tau/\tau}) = E.(1 - e^{-1}) = E.(1 - 0{,}368) = (0{,}632).E \qquad (2)$$

bulunur. Yani, kapasitör boşken devreye bağlanırsa τ saniye sonra kapasitör üzerindeki gerilim E değerinin 0,632 sine ulaşmış olacaktır. Yaklaşık 5τ saniye sonunda kapasitörün dolmuş olduğu söylenebilir.



Şekil 6.1 Kondansatörün dolma eğrisi

E=10 V, R=10 kΩ ve C=1000 μF için kapasitörün gerilim değişimi şekilde verilmiştir. Bu değerler için zaman sabiti hesaplanırsa,

$$\tau = R.C = 10 \text{ s}$$

bulunur. Eğriye dikkat edilirse 10 s sonra kapasitör gerilimi 6.32 V' a ulaşmıştır. 50 saniye sonra kapasitörün 10 V' a ulaştığı söylenebilir.

Kapasitörün gerilim değişimini bildiğimize göre akım değişimini de bulabiliriz. Kapasitör geriliminin üstel artması sonucu, bir ucu DC gerilim kaynağına diğer ucu kapasitöre bağlı bulunan R direncinin üzerindeki gerilim de üstel olarak azalır. Bu fark direnç üzerinden geçen akımı ve dolayısıyla seri bağlı olduklarından kapasitörü dolduran akımı oluşturur. Bu nedenle devreden geçen akım, R direnci uçlarındaki potansiyel farkın maksimum olduğu ilk anda en büyük değerini alacak kapasitörün dolmasıyla üstel olarak azalarak sıfıra doğru azalacaktır. Matematiksel olarak ise akan akım kapasitör geriliminin zaman göre türevinin C ile çarpımıdır.

Dolayısıyla genel olarak,

$$V_c(t) = E\,(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{ise,}$$

$$I_C(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt} = C.\frac{d}{dt}\left(E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \frac{C.E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{R.C}}$$

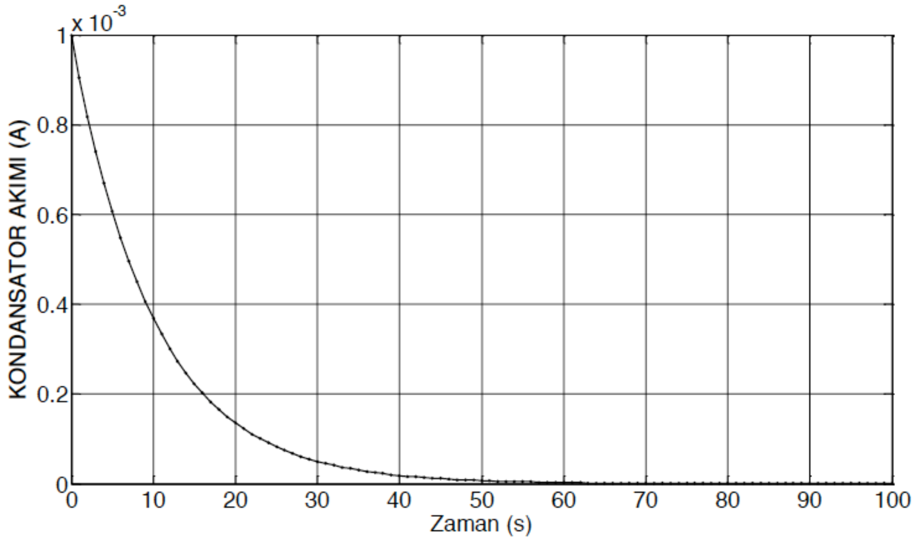
ifadesi akım değişimini verecektir. İfadeye dikkat edilirse;

$$t=0 \text{ için,} \qquad I_C(0) = E/R$$

olmaktadır. İlk başta kapasitör gerilimi sıfır olduğundan direnç doğrudan toprağa bağlıymış gibi düşünebilirsiniz. Daha sonra, artan kapasitör gerilimiyle akım azalır ve

$$t \to \infty \quad \text{için} \quad I_C(\infty)=0$$

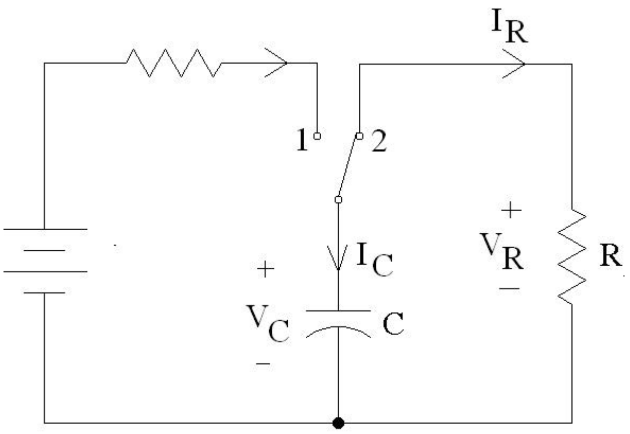
olur. Yani kapasitör dolduğundan artık içerisinden akım geçmez.



Şekil 6.2 Kapasitör dolması sırasında akımın zamanla değişimi

Kondansatörün Boşalması

Şimdi, daha önce E gerilimine kadar dolmuş olan kapasitörü, anahtarı 2 konumuna alarak R direnci üzerinden boşaltalım. Daha önceki elektrik alan sonucu kapasitörün üst tarafında birikmiş olan yükler R direncinin kapasitör plakaları arasında köprü olmasıyla iki tarafta dengelenir ve kapasitör boşalmış olur.



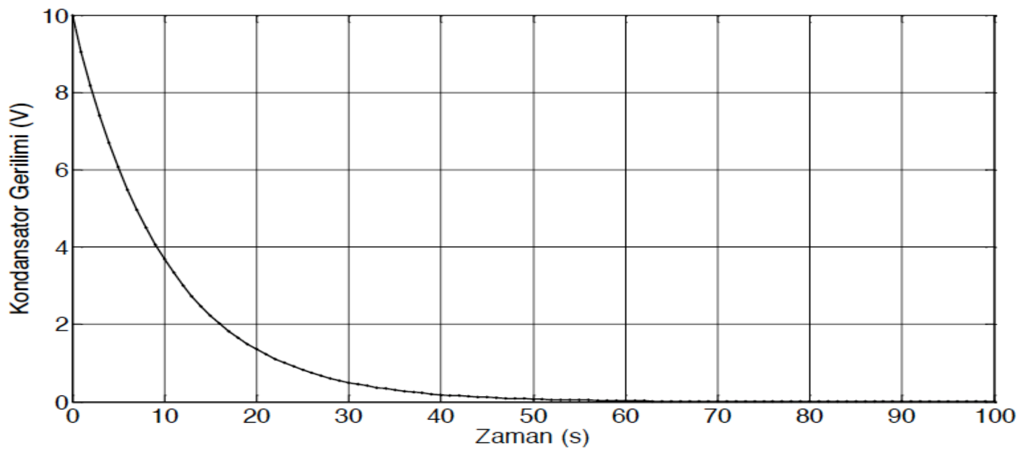
Bu defa R direnci üzerindeki gerilim ile C kapasitörü üzerindeki gerilim birbirini izleyerek azalacaktır. V_C 'nin değişimi;

$$V_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}} = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

olacaktır. Eşitliği kontrol etmek gerekirse, E gerilimine kadar dolmuş olan kapasitörün boşalması için anahtarın 2 konumuna alındığı ana t=0 dersek aşağıdaki gibi olur.

t=0 için $Vc(0) = E.e^{-0} = E$

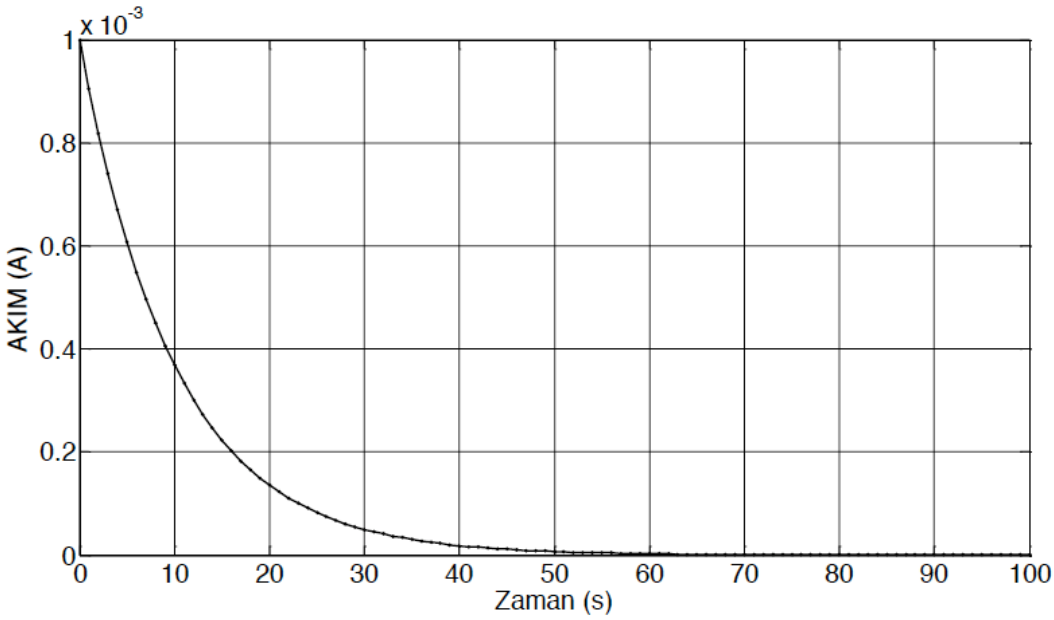
tà∞ için $Vc(\infty) = E.e^{-\infty} = 0$



Şekil 6.3 Kapasitörün boşalma eğrisi

R direnci üzerinden geçen akım ise $V_C=V_R$ geriliminin R değerine bölünmüşü olacaktır.

$$I_R(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Şekil 6.4 Kapasitörün boşalması sırasında akımın zamanla değişim