

2017-2018 Ölsilik Vize

1) Üç bozuk (madeni) paranın atılması deneyi yapılıyor. Bu deney için örnek uzay kümesini gösterin.

$$S = \{(YYY), (YYT), (YTY), (TTY), (TYY), (TYT), (TTY), (TTY)\}$$

2) Bir sınıftaki öğrencilerin %25'i Fizik dersinden, %15'i Kimya dersinden ve %10'u hem fizik hem de Kimya derslerinden başarısız olmuştur. Rastgele seçilen bir öğrencinin Fizik dersinden başarısız ve Kimya dersinde de başarısız olma olasılığını bulun.

$$Pr(\overbrace{\text{Fizikten başarısız olma}}^F) = 0,25 \quad Pr(\overbrace{\text{Kimyadan başarısız olma}}^K) = 0,15$$

$$Pr(\overbrace{\text{Fizik, Kimyadan başarısız olma}}^{FK}) = 0,10$$

$$Pr(K|F) = \frac{Pr(F,K)}{Pr(F)} = \frac{0,1}{0,25} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

3) A, B ve C olaylarının bağımsız oldukları verilmiştir. $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/2$ ve $P(A \cup B \cup C) = 3/4$ olasılıkları veriliyor. $P(C)$ olasılığını bulunuz.

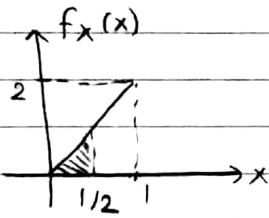
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A, C) - P(A, B) - P(B, C) + P(A, B, C)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + P(C) - \frac{1}{4} P(C) - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} P(C) + \frac{1}{8} P(C)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{2+4-1}{8} + \frac{8P(C) - 2P(C) - 4P(C) + P(C)}{8} \Rightarrow P(C) = \frac{1}{3}$$

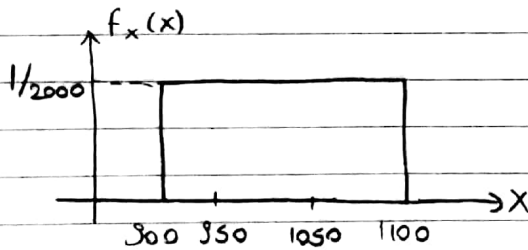
4) X sürekli bir rastgele değişken olsun. X rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF)'si:

$$f_x(x) = \begin{cases} 2x; & x \in (0,1) \\ 0; & \text{diğer} \end{cases} \text{ biçimindedir. } P(x \leq \frac{1}{2}) \text{ olasılığını hesaplayınız.}$$



$$P(x \leq \frac{1}{2}) = \int_0^{\frac{1}{2}} 2x dx = x^2 \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

5) Bir rastlantısal değişken olan r direnci 300Ω ve 1100Ω arasında uniform (düzenli) dağılıma sahiptir. Bu r direncinin 350Ω ile 1050Ω arasında olma olasılığını bulun.



$$P(350 < x < 1050) = 100 \cdot \frac{1}{2000} = \frac{1}{20}$$

6) Bir haberleşme sisteminde bir bitin hatalı alınma olasılığı p dir. Eğer k ileten 100 bitlik bir pakette hatalı bitlerin sayısını gösteriyor ise P_1 (paketin ilk bitinin hatalı olması) (A) olasılığını bulunuz. $(A = \{k = 1 \cup k = 6\})$

$$Pr(\text{Bir bitin hatalı alınması}) = p$$

$$Pr(P_1 | A) = \frac{Pr(P_1, A)}{Pr(A)}; \quad Pr(A) = Pr(k=1) + Pr(k=6)$$

$$Pr(A) = \binom{100}{1} p(1-p)^{99} + \binom{100}{6} p^6(1-p)^{94}$$

$Pr(P_1, A) = Pr(\text{Paketin ilk biti hatalı gerisi doğru}) + Pr(\text{Paketin ilk biti hatalı, geridekilerin 5'i hatalı})$

$$Pr(P_1, A) = p(1-p)^{99} + p \binom{99}{5} p^5(1-p)^{94}$$

$$\frac{p(1-p)^{99} + p \binom{99}{5} p^5(1-p)^{94}}{\binom{100}{1} p(1-p)^{99} + \binom{100}{6} p^6(1-p)^{94}}$$

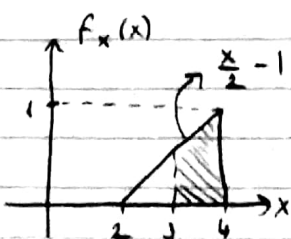
7) İletilen bir sinyal taşıdığı bilgi 0 ise ortalaması 0V varyansı 1, taşıdığı bilgi 1 ise ortalaması 5V varyansı 1 olan Gauss rastlantısal değişkeni olarak alıcıdan alınmaktadır. Bilginin 0 ve 1 olma olasılıkları eşit olduğuna göre alıcıda 2V gözleneniyorsa bilginin 0 olma ihtimalini hesaplayınız.

$$Pr(m=0|2V) = \frac{f_{x|m=0}(x=2V) \cdot Pr(m=0)}{f_{x|m=1}(x=2V) \cdot Pr(m=1) + f_{x|m=0}(x=2V) \cdot Pr(m=0)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \text{ varyans}} e^{-\frac{(x-\text{ort})^2}{2 \cdot \text{Varyans}}}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{(2-0)^2}{2 \cdot 1}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{(2-5)^2}{2 \cdot 1}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{(2-0)^2}{2 \cdot 1}}} = \frac{e^{-2}}{e^{-9/2} + e^{-2}} = \frac{0,1353}{0,0111 + 0,1353} = 0,924$$

8) X rastlantısal bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilmektedir. $A = \{X \geq 3\}$ ise şartlı olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{X|A}(x)$ 'yi ölçekli çiziniz.



$$f_{X|A}(x) = \frac{f_X(x)}{Pr(A)} \quad x \in A \text{ ise}$$

$$Pr(A) = \text{Taralı alan} = \int_3^4 \left(\frac{x}{2} - 1\right) dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{4} - x\right) \Big|_3^4 = \frac{16}{4} - 4 - \left(\frac{9}{4} - 3\right) = \frac{3}{4}$$

