

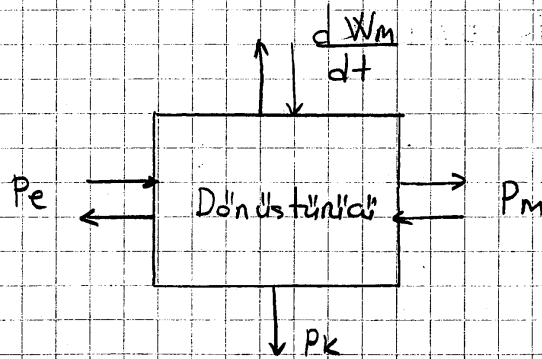
Ders İceriği

- 1- Giriş
- 2- Magnetik Sistemler
- 3- Mekanik Sistemler
- 4- Elektromekanik Sistemler
- 5- Reluktans motoru ve tümleyen enerji (co-enerji)
- 6- 3- fazlı transformatörler

1- Giriş

Elektrik Mühendisliği konusu elektrik enerjisini üretilmesi, iletilmesi ve dağıtılmasıyla ilgilidir. Elektrik enerjisi santrallerde üretilir, enerji iletim hatlarıyla iletilir, dağıtım şebekesi ile dağıtılır. Enerji üretim santralleri hidrolik santral, termik santral ve dizel santrali gibi türleri vardır. Enerji iletim hatları havai hatlar ve yer altı kabloları olabilir. Şehirlerarası havai hat, şehir içinde yeraltı hatları kullanılır. Dağıtım sistemleri orta gerilim ya da düşük gerilim şeklinde olur. Yükleler tekil yük ya da yayılı yük biçimindedir. Elektrik enerjisi motorlarda ya da ısıtma, aydınlatma amacı ile kullanılabilir.

Dönüştürücüler ile ilgili temel tanımlar

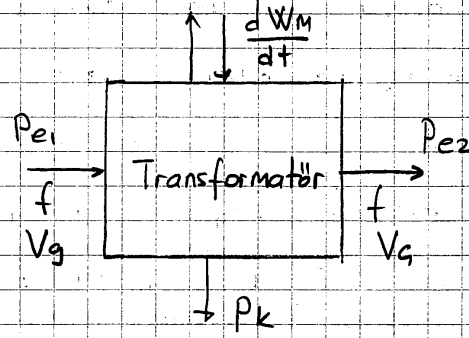
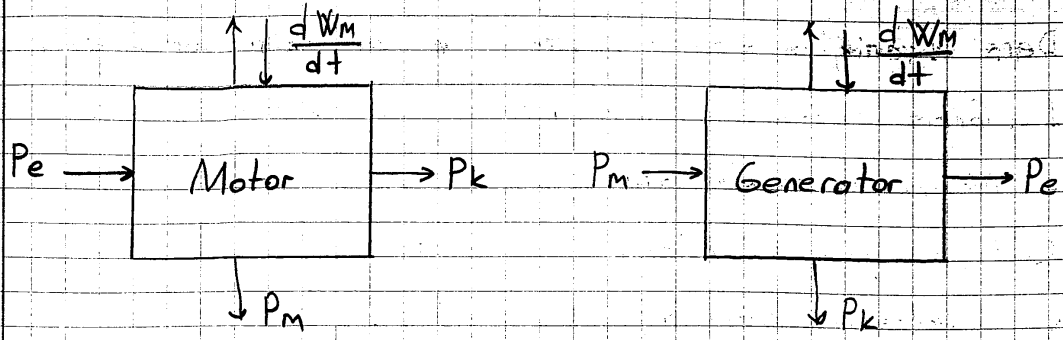


P_e : elektriksel güç giriş veya çıkış olabilir.

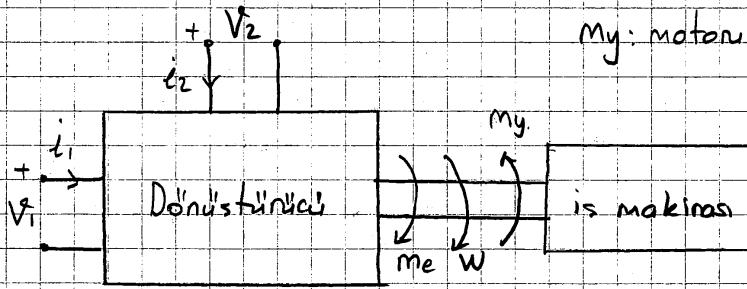
P_m : mekanik güç giriş veya çıkış olabilir.

$\frac{dW_m}{dt}$: sistemde depo edilen magnetik enerjideki artış veya azalış

P_k : kayıp güç



Motor - Generator kavramı:



M_y : motorun yük momenti

$$P_e = V_1 \cdot i_1 + V_2 \cdot i_2$$

$$P_m = M_e \cdot W$$

$$P_e > 0 \text{ motor}$$

$$P_m > 0 \text{ motor}$$

$$P_e < 0 \text{ generatör}$$

$$P_m < 0 \text{ generatör}$$

2- MAGNETİK SİSTEMLER

Bir elektromekanik dönüştürücü üç ögeden oluşur.

1. Elektriksel kısım,

2. Mekanik kısım,

3. Elektrik kısım ile mekanik kısmı birbirine bağlayan

bağlantı ağı,

Elektriksel kısım kirsofun akımlar ve gerilimler yasasından yararlanılarak çözülür. Elektromekanik sistemlerde endüksiyonun ağız kez değişken olması nedeniyle denklemleri yazarken

dikkat etmek gerekir. Mekanik kısım için denklemler newton yasalarıdır. Sisteme ilişkin newton denklemleri yazılır. Mekanik sistemler iki kısımdan oluşur:

- 1- Düz hareket eden sistemler,
- 2- Dönmeli sistemler,

Hava aralığı hareket yapan tüm sistemlerde kullanılmaktadır. Enerjinin çok büyük kısmını hava aralığı yutar. Magnetik olayların çözümünde Maxwell denklemlerinden yararlarız. Maxwell denklemleri üç boyutlu kısmi türev içeren dört denklemdir. Bunların analitik çözümü oldukça zordur.

$$i = i(t)$$

$$i = i(t, x)$$

Genellikle 160 km'den kısa olan sistemlerden uzaklık göz ardı edilebilir. Elektrik makinelerinin boylarının uzun olmaması nedeniyle elektrik makinasının içerisindeki magnetik olayların durağanmış gibi varsayabiliriz.

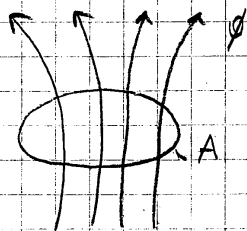
Amper Yasası

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

H: Alan şiddeti A/m

J: Akım yoğunluğu A/m²

Alan şiddetinin bir kapalı yüzey üzerinden çizgisel integrali bu kapalı yüzeyin tanımladığı alan üzerinden akım yoğunluğunun yüzey integraline eşittir.



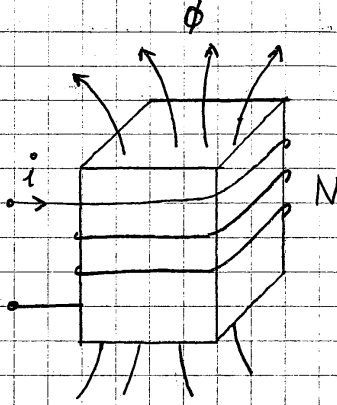
$$B = \frac{\Phi}{A}$$

B akı yoğunluğu (1 Wb/m² = 1 T)

$$B = \mu \cdot H$$

μ magnetik geçirgenlik (H/m)

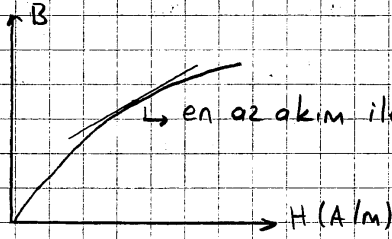
Bosluğun magnetik geçirgenliği $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ A/m}$



Magneto motor kuvveti

$$\mathcal{F} = N \cdot I$$

Magneto motor kuvveti akı yaratma yetisidir.



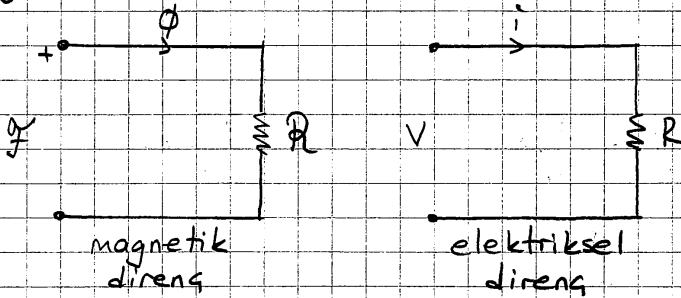
Magnetik direnç (relüktans)

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} \quad \mathcal{R} = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

Bir magnetik direnç çözülürken aşağıdaki yol izlenir:

Magnetik akının yolu takip edilir. Akının aldığı yol olarak akının gördüğü dik kesit kesit olarak alınır.

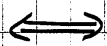


Magnetik devre ile elektriksel devre arasında benzesim var.

Magnetik Devre

Elektriksel Devre

Akı (ϕ)

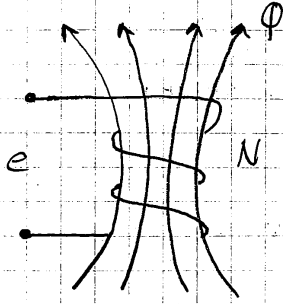


Akım (I)

Magneto motor kuvveti (\mathcal{F}) \longleftrightarrow Gerilim (V)

Magnetik direnç (\mathcal{R}) \longleftrightarrow Direnç (R)

Endüksiyon Yasası



Zamanla değişen bir magnetik alan içinde bulunan bir iletkende gerilim endüklenir.

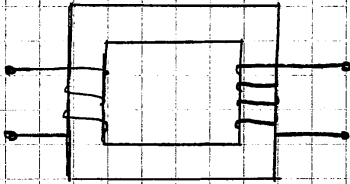
$$e = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$\lambda = N \cdot \Phi$ toplam akı

$$e = \frac{d(N\Phi)}{dt} = \frac{d\lambda}{dt}$$

Endüktansın tanımı,

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\text{Wb}}{\text{A}}$$



2 sargı var.

1. sargının sarım sayısı $N=3$

2. sargının sarım sayısı $N=4$

Bir sistemin doğrusal olup olmadığı bu sistemin endüktansı üzerinden incelenir.

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

$$R = \frac{F}{\Phi} = \frac{N \cdot i}{\Phi} = \frac{N^2 \cdot i}{N \cdot \Phi} = \frac{N^2 \cdot i}{\lambda} = \frac{N^2}{\lambda/i} = \frac{N^2}{L}$$

$$L = \frac{N^2}{R} \quad R = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

Bir magnetik sistemin iki farklı esdeğer devresi olur. Birincisi magnetik esdeğer devre, ikincisi elektriksel esdeğer devredir. Bir aygıtın boyutlarını ne seçelim ki bu aygıtın endüktansı istenilen değerde olsun? Bu sorunun çözümü yukarıdaki iki bağlantıdan giderek inceleme yapılır.

Endüktansın akıma bağlı veya zamana bağlı olmasına göre aşağıdaki gibi sınıflandırabiliriz:

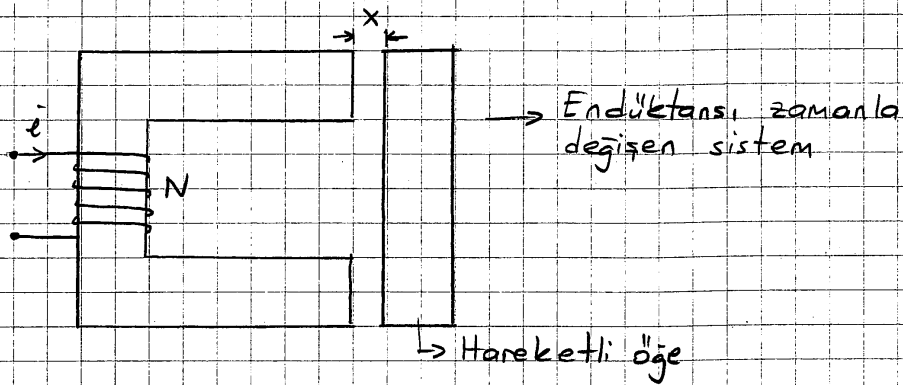
1- $L = \text{sabit}$, Doğrusal zamanla değişmeyen,
Örnek; $L = 3 \text{ mH}$.

2- $L = f(t)$, Doğrusal zamanla değişen,
Örnek; $L = 3 \sin t \text{ [H]}$

3- $L = f(i)$, Doğrusal olmayan zamanla değişmeyen,
Örnek; $L = 3 \cdot e^{4i} \text{ [H]}$

4- $L = f(i)$, Doğrusal olmayan zamanla değişen,
Örnek; $L = 3 \cdot (i+t) \text{ [H]}$

Bir sistemin doğrusal olup olmadığını kontrol edilmesinde püf noktası endüktansın akıma bağlı olup olmaması ile belirlenir.



$$L = \frac{N^2}{R(t)} \quad R(t) = \frac{\chi(t)}{\mu A}$$

Akıma bağlı olmadığı için zamana bağlı doğrusal sistemdir.

Endüktansın zamanla değişmesi nedeniyle genilim ifadesi yazarken dikkatli olmak gerekir.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad \mu: \text{Magnetik geçirgenlik (H/m)}$$

Bosluğun magnetik geçirgenliği

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

Bağıl magnetik geçirgenlik

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

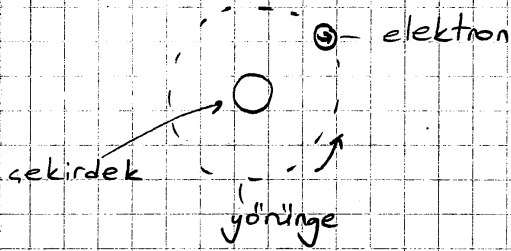
$\mu_r \leq 1$ diamagnetik

$\mu_r \geq 1$ paramagnetik

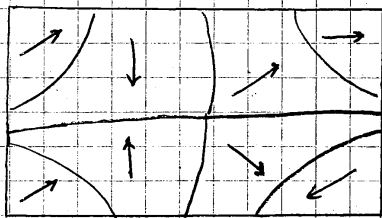
$\mu_r \gg 1$ ferromagnetik (2000-3000)

$$R = \frac{l}{\mu_r \mu_0 H}$$

Ferromagnetik malzemeler bağıl magnetik geçirgenlikleri çok büyük olan malzemelerdir. Bu nedenle akı iletiminde kolaylık sağlarlar. Ferromagnetik malzemeler elektromekanik dönüştürücülerin temel öğeleridir. Ferromagnetizmanın nasıl oluştuğunu anlamak için atomun yapısını incelemek lazım. Bu amaçla en basit yapıya sahip atom olan hidrojen atomunu göz önüne alalım.

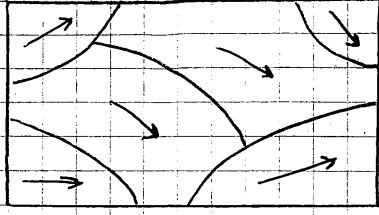


Elektronun çekirdek etrafında dönmesi ile oluşan momente yörünge momenti adı verilir. Elektronun kendi eksenini etrafında dönmesi ile oluşan momente dönüm momenti adı verilir. Dönüm momenti ile yörünge momentinin toplamı atom momenti adını alır.



Ferromagnetik malzemenin elektron mikroskopunda görünümü.

Ferromagnetik malzeme magnetik alan içerisinde konursa magnetik alanın doğrultusunda tüm atomlar aynı doğrultuda dizilirler. Artık tek bir bölme vardır ve tek bir doğrultu vardır. Miknatısı ortamdaki çektiğimizi düşünelim:

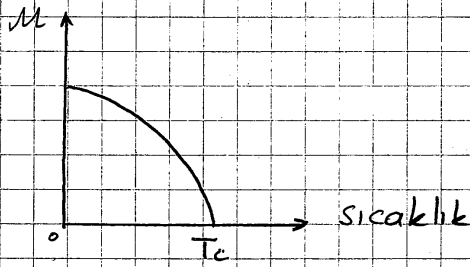


Alan kaldırılması durumunda bölmeler tam olarak eski durumlarına dönmeyiz. Daha geniştirler ve doğrultuları magnetik alanın doğrultusuna daha yakındır. Bu olaya bölgecik duvar hareketi adı verilir. Bölgecik duvar hareketi nedeniyle artık mıknatıslık oluşur.

$$B = \mu_0 (H + M)$$

↳ mıknatıslık

Malzemenin ferromagnetik olması nedeniyle akı yoğunluğu nedeniyle gelen ek terime mıknatıslık adı verilir.



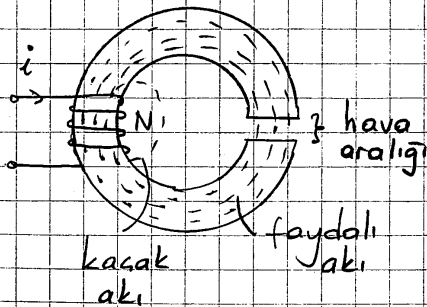
Sıcaklık artınca mıknatıslanma azalır. T_c ile gösterdiğimiz currie sıcaklığı adını verdiğimiz sıcaklıkta mıknatıslık ortadan kalkar. Demir için currie sıcaklığı 770°C 'dir.

Magnetik Devreler

Magnetik devrelerin gözümlemesi amper yasası ile olur.

Biz burada kaçak akı ve akı sapmaları konusuna gireceğiz.

Kaçak Akı:



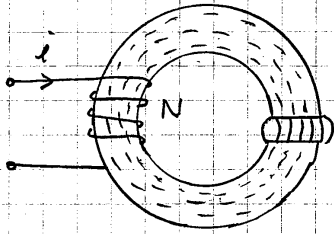
Yolunu hava aralığı üzerinden akan akıya faydalı akı adı verilir.

Yolunu hava aralığı üzerinden tamamlamayan akıya kaçak akı adı verilir.

Bir sargının akısı, faydalı akı ile kaçak akının toplamıdır.

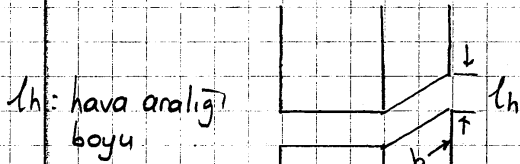
$$\left(\begin{array}{c} \text{sargı} \\ \text{akısı} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{faydalı} \\ \text{akı} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{kaçak} \\ \text{akı} \end{array} \right)$$

Akı sızması:



Hava aralığında akının bir miktar sismesi olayına akı sızması olayı adı verilir. Hava aralığında akının gördüğü etkin kesit büyümüştür.

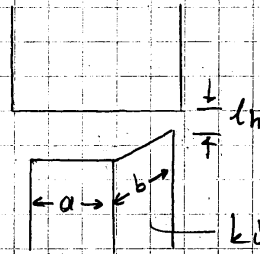
* Ampirik bağıntı: Deney sonucunda elde edilen bağıntı demektir.



lh: hava aralığı boyu

Kesitler aynı

$$A = (a + lh) \cdot (b + lh)$$



Kesitler farklı

$$A = (a + 2lh) \cdot (b + 2lh)$$

küçük kesit

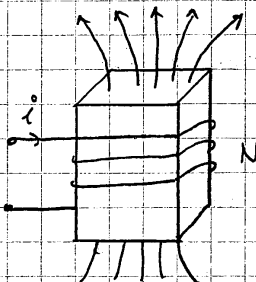
* Ampirik bağıntı old. için 2 deneysel olarak gelmiştir.

Magnetik Malzemelerde Kayıplar

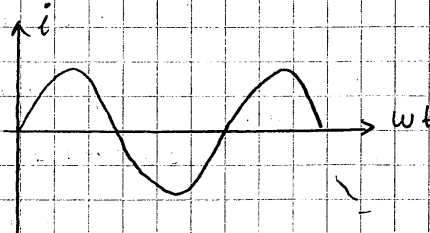
Sinusoidal olarak değişen bir magnetik alan içerisine konulan malzemelerde kayıplar oluşur. Bu kayıplar iki kısımdır:

- Histeresiz kayıpları,
- Girdap akım kayıpları,

Histeresiz Kayıpları



Akım sinüzoidal

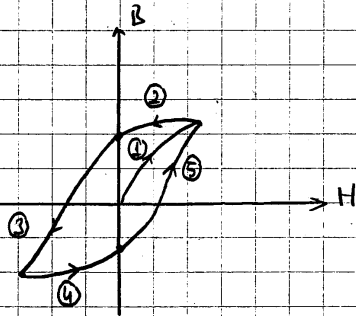
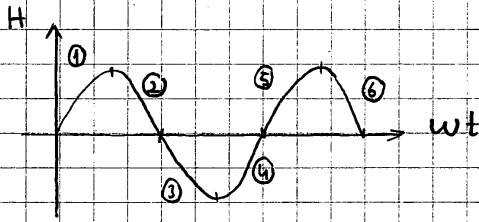


Ferromanyetik malzemenin üzerine N sarımlı sarıncın sarıldığını düşünelim. Sarıncıdan geçen akım sinuzoidal olsun.

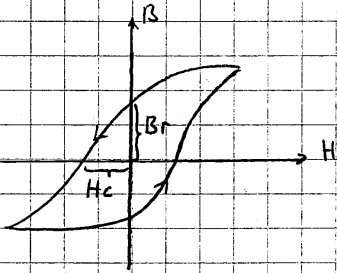
$$H = \frac{N}{l} i$$

$$H = k \cdot i$$

Alan siddetinin değışimi bir ölçek farkıyla akımın zamana göre değışimiyle aynıdır.



Bu dönuş belli bir kaymaya neden olur. Bu kayma histerezis kaymadır.

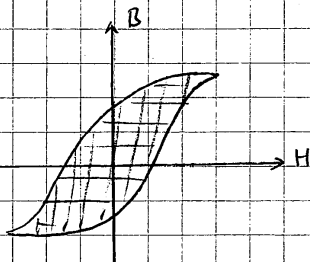


B_r : artık mıknatıslık

H_c : coercive kuvvet

Coercive kuvvet asıldığında malzeme ferromagnetik olmaktan çıkar.

Histeresiz kayıplar serimin yüzeyi kadardır. $B-H$ eğrisini tanı veren bir analitik ifade bugüne kadar bulunamamıştır.



$B-H$ eğrisinin alanı birim hacimdeki enerjiyi verir.

$$[B] \cdot [H] = [T] \cdot [A/m]$$

$$= [Wb/m^2] \cdot [A/m] = [Vs A/m^3]$$

$$= J/m^3$$

Histeresiz kayıplarını veren bir ampirik bağıntı vardır.

$$P_h = K_h \cdot f \cdot (B_m)^n$$

f: frekans

B_m : akı yoğunluğu tepe değeri

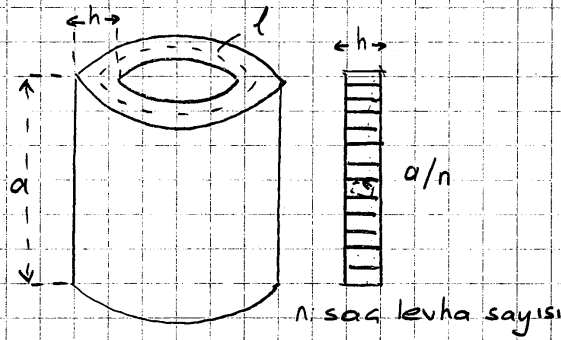
n: Steintmenz değismez (malzemenin türüne bağlıdır)

P_h : histeresiz kayıplar

K_h : histeresiz kayıp katsayısı (malzemenin türüne ve hacmine bağlıdır)

$$P_h = K_h' \cdot V \cdot f \cdot (B_m)^n$$

Girdap Akımı Kayıpları



$$\phi = \frac{a}{n} \cdot h \cdot B$$

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \frac{a \cdot h}{n} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$R = \int \frac{2h}{\frac{a}{2n} \cdot l}$$

$$P_i = \frac{e^2}{R} \quad P_g = n \cdot P_i$$

$$P_g = \frac{a^2}{4gn^2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \cdot \underbrace{(l \cdot h)}_{\text{hacim}}$$

Girdap akım kayıpları hacimle yada ağırlıkla doğru orantılıdır. Girdap akım kayıplarını azaltmanın iki yolu vardır.

- 1) Aynı yükseklik için sac levha sayısını artırmak.
- 2) Demir içerisine % 2 kadar silisyum katılarak özgül direnç büyütülür yani girdap akımı kayıpları azalır.

Magnetik alanı sinusoidal olarak değiştirdiğini varsayalım.

$$B(t) = B_m \cdot \sin 2\pi f t$$

$$P_g = K_g \cdot f^2 \cdot B_m^2$$

$$P_g = K_g' \cdot V \cdot f^2 \cdot B_m^2$$

Demir Kayıpları

Histeresiz kayıplar ile girdap akımları kayıplar toplamına demir kayıpları adı verilir.

$$P_{FE} = P_h + P_g$$

$$P_{FE} = k_h f (B_m)^n + k_g f^2 B_m^2$$

veya

$$P_{FE} = k_h' V f (B_m)^n + k_g' V f^2 B_m^2$$

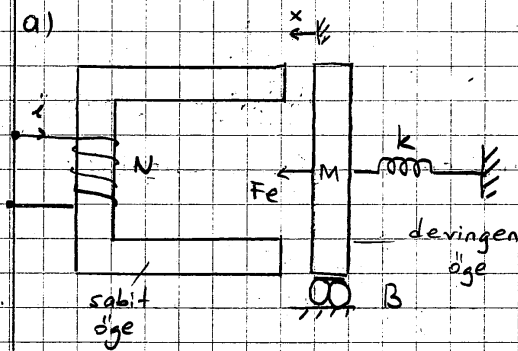
3) MEKANİK SİSTEMLER

Mekanik sistemler, hareketin türüne göre iki grupta incelenebilir:

a) Düz hareket eden sistemler (Doğrusal hareket)

b) Dönme hareketi yapan sistemler.

a)

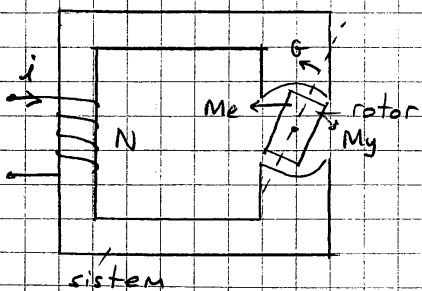


Devingen ögeye etkileyen kuvvet ağırlığının magnetik direncini azaltarak yönedir.

$$F_e = M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + B \cdot \frac{dx}{dt} + kx + F_y \quad ; \text{ Devinin Denklemi}$$

↑ kütle ↑ sürtünme katsayısı ↓ yayın uzama miktarı

b)



A diagram of a disk with mass m and radius r . The moment of inertia is given by $J = \frac{1}{2} m r^2$.

$$M_e = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + k\theta + M_y$$

\downarrow eylemsizlik momenti \downarrow yayın açısının artma miktarı

Örnek: Bir motorun eylemsizlik momenti $0,2 \text{ kgm}^2$ dir. Sürtünme katsayısı $0,02 \text{ Nms/rad}$ 'dır. Motor 40 Nm 'lik sabit bir yükü sürmektedir. Motor sürekli hıza erişinceye kadar yarıdımı bir düzeneğe sabit bir akım sekmesi sağlanmaktadır ve motor 44 Nm 'lik sabit bir moment üretmektedir. Motorun akım kayıpları sabit ve tam hızdaki sürtünme kayıplarına eşittir. Motor başlangıçta durmaktadır.

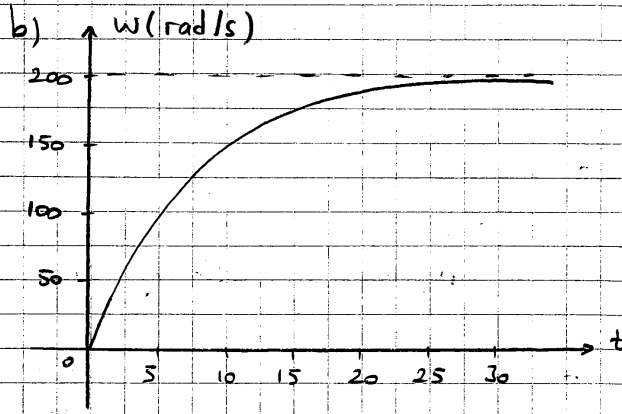
- Motorun hızını zamana istenilen olarak bulunuz.
- Hızın zamana göre değişim grafiğini çiziniz.
- Motorun sürekli durum hızını bulunuz.
- Motorun sürekli durumdaki güç akışını bulunuz.
- Sürtünme ve bakır kayıplarını hesaplayınız.
- Demir kayıplarını, sürekli durumdaki sürtünme kayıplarının yarısını alarak demir kayıplarını bulunuz.
- Motorun sürekli durumdaki güç girişini bulunuz.
- Sürekli durumdaki verimi bulunuz.
- Sürekli durumda Motor da depo edilen enerjiyi bulunuz.

$$a) M_e = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + M_y$$

$$44 = 0,2 \cdot \frac{d\omega}{dt} + 0,02\omega + 40$$

$$\frac{d\omega}{dt} + 0,1\omega = 20$$

$$\omega = 200 (1 - e^{-0,1t}) \text{ rad/s.}$$



c) 200 rad/s

d) $40 \times 200 = 8000 \text{ W}$

e) $P = \overset{\text{hız}}{\omega} \cdot \underset{\text{sürtünme}}{M} = B \omega^2$

$0,02 \times 200 \times 200 = 800 \text{ W}$

f) $0,5 \times 800 = 400 \text{ W}$

g) $8000 + 800 + 800 + 400 = 10000 \text{ W}$

h) Verim $8000/10000 = \%80$

i) $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

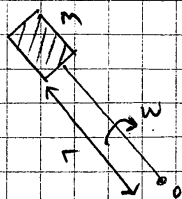
$E = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 200^2 = 4000 \text{ J}$

Alan yönünü değiştirerek frenlemede sarjların uçlarını değiştiririz. Bu durumda döner alan ters yöne gelir. Alan yönünü değiştirerek frenleme durumunda gerilim denklemi aşağıdaki halidir. Başlangıç koşulu frenleme anındaki açısal hız alınmalıdır.

$-M_e = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + M_y$

Başlangıç momenti (kalkış momenti) $\omega = 0$ hızdır.

Değişik yapıların eylemsizlik momentleri:



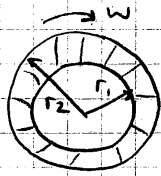
Bir eksenenden r uzaklığında döner m kütlesi,

$J = mr^2$



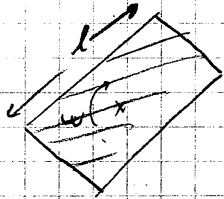
r yarıçaplı m kütleli disk

$$J = \frac{1}{2} m r^2$$



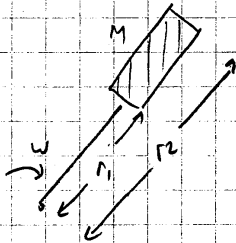
dikdörtgen kesitli yüzüğün eylemsizlik momenti

$$J = \frac{M}{2} (r_1^2 + r_2^2)$$



Bir merkez etrafında dönebilen l uzunluğunda m kütleli levha,

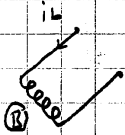
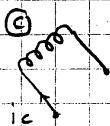
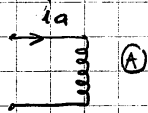
$$J = \frac{m l^2}{12}$$



m kütleli dikdörtgen kesitli çubuk

$$J = \frac{M}{3} (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

3 fazlı döner alan:



elektriksel açı

$$i_a = I_m \cos \omega t$$

$$i_b = I_m \cos (\omega t - 120^\circ)$$

$$i_c = I_m \cos (\omega t - 240^\circ)$$

mekanik açı

$$F_a = i_a \cos \theta$$

$$F_b = i_b \cos (\theta - 120^\circ)$$

$$F_c = i_c \cos (\theta - 240^\circ)$$

$$F = F_a + F_b + F_c = I_m \cos \omega t \cos \theta + I_m \cos (\omega t - 120^\circ) \cos (\theta - 120^\circ) + I_m \cos (\omega t - 240^\circ) \cos (\theta - 240^\circ)$$

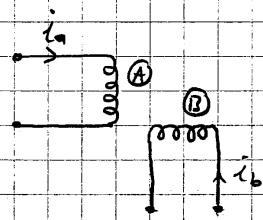
$$= \frac{3}{2} I_m \cos (\omega t - \theta)$$

$$\omega t - \theta \text{ sabit ise } \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

3-fazlı döner alanın oluşması için gerek ve yeter koşul:

3-fazlı sargıda dengeli akım uygulanmalıdır. Akımların genlikleri eşit aralarında 120° ' ser faz farkı bulunur ve sargılar uzayda 120° farkla yerleştirilir.

2-fazlı döner alan:



$$i_a = I_m \cos \omega t \quad \leftarrow \text{elektriksel açı}$$

$$i_b = I_m \sin \omega t$$

$$F_a = i_a \cos \theta \quad \leftarrow \text{mekanik açı}$$

$$F_b = i_b \sin \theta$$

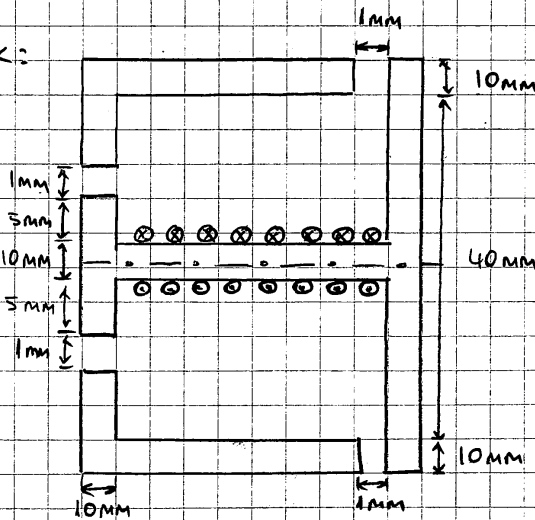
$$F = F_a + F_b = I_m \cos \omega t \cos \theta + I_m \sin \omega t \sin \theta \\ = I_m \cos(\omega t - \theta)$$

$$\omega t - \theta = \text{sabit} \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad \text{döner alandır}$$

2-fazlı döner alanın oluşması için gerek ve yeter koşul:

Sargıların uzayda birbirine dik olması ve sargılardan geçen akımın genliklerinin eşit aralarında 90° faz farkının olması gerekir.

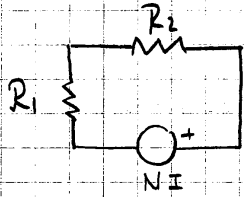
Örnek:



Şekilde eksenel döner simetrik bir magnetik sistem verilmiştir. Sistemi oluşturan malzemenin bağıl magnetik geçirgenliği çok büyüktür. Sargı $2,5 \text{ mm}^2$ kesitli bakır iletkenle yapılmıştır. Sargının sarım sayısı 500'dür. Bakırın

özgül direnci $17,2 \times 10^{-9} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ 'dir. Kaçak akıllar ve akı sapmaları yok denecek kadar küçüktür. Bu sargılar 220V, 50Hz'lik sebebe kade kaç amper akım çeker?

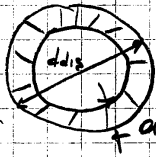
$\mu_r = \infty$ old. için malzemenin magnetik direnci sıfırdır.



$$R = \frac{l}{\mu_0 A}$$

$$R_1 = \frac{1 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times \pi \times 21 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} = 1,206 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_2 = \frac{1 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times \pi \times 50 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} = 0,5066 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$



$$A = \pi d \cdot a$$

$$R_{es} = R_1 + R_2$$

$$L = \frac{N^2}{R_{es}} = 145,9 \text{ mH}$$

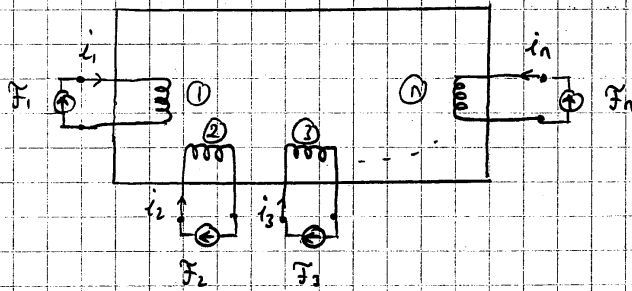
Elektriksel direnç;

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 17,2 \times 10^{-9} \frac{500 \times \pi \times 10 \times 10^{-3}}{2,5 \times 10^{-6}} = 108,1 \text{ m}\Omega$$

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \Rightarrow z = 45,86 \Omega$$

$$I = \frac{V}{z} = 4,799 \text{ A}$$

Çok uyartımlı sistemler:



$$F_1 = R_{11} \phi_1 + R_{12} \phi_2 + \dots + R_{1n} \phi_n$$

$$F_2 = R_{21} \phi_1 + R_{22} \phi_2 + \dots + R_{2n} \phi_n$$

⋮

$$F_n = R_{n1} \phi_1 + R_{n2} \phi_2 + \dots + R_{nn} \phi_n$$

$$[F] = [R][\phi]$$

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 + \dots + L_{1n} i_n$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 + \dots + L_{2n} i_n$$

⋮

$$\lambda_n = L_{n1} \cdot i_1 + L_{n2} \cdot i_2 + \dots + L_{nn} \cdot i_n$$

$$[\lambda] = [L] \cdot [i]$$

$$W = \frac{1}{2} R_{11} \phi_1^2 + \frac{1}{2} R_{22} \phi_2^2 + \dots + R_{12} \phi_1 \phi_2 + R_{13} \phi_1 \phi_3 + \dots$$

$$W = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + \dots + L_{12} i_1 i_2 + L_{13} i_1 i_3 + \dots$$

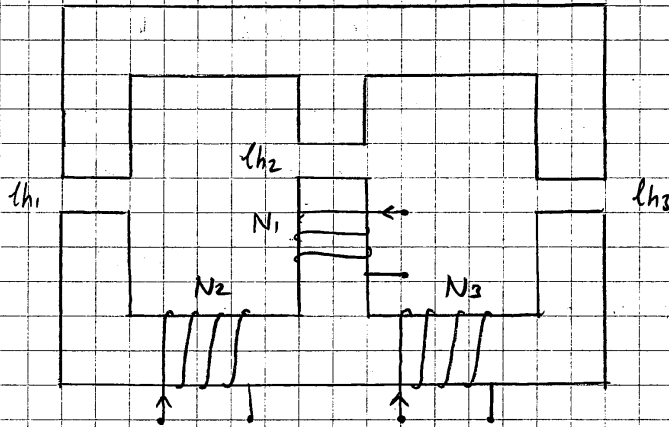
$$W = \frac{1}{2} [\phi]^t [R] [\phi]$$

$$W = \frac{1}{2} [i]^t [L] [i]$$

Bağlantı (kuplaj) katsayısı

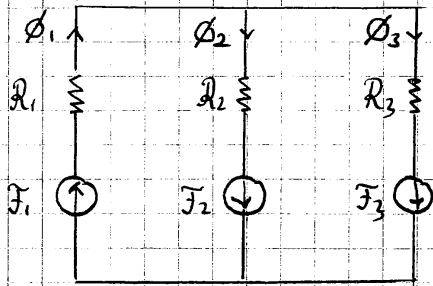
$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}}$$

Örnek Problem:



Şekilde gösterilen üç uyartımlı magnetik sistemin kesiti heryerde 15 cm^2 'dir. Sargıların sarım sayısı $N_1 = 100$, $N_2 = 200$, $N_3 = 300$, hava aralıklarının boyları ise $l_{h1} = 1 \text{ mm}$, $l_{h2} = 2 \text{ mm}$, $l_{h3} = 3 \text{ mm}$ 'dir. Malzemenin bağıl magnetik geçirgenliği sonsuz büyük, kaçak akılar ve hava aralığındaki akı sızmaları yok denecek kadar küçüktür. Sargıların

- Magnetik devreye ilişkin çevre denklemlerinden yararlanarak
- Toplamsallık ilkesinden yararlanarak bulunuz.



Sekil - Üç uyartımlı magnetik sistemin eşdeğer devresi:

$$R_1 = \frac{l_{k1}}{\mu_0 \cdot A} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{-4}} = 0,5305 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_2 = \frac{l_{k2}}{\mu_0 \cdot A} = \frac{2 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{-4}} = 1,061 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_3 = \frac{l_{k3}}{\mu_0 \cdot A} = \frac{3 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{-4}} = 1,592 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

a) Magnetik devreye ilişkin denklemleri yazalım.

$$F_1 + F_2 = R_1 \phi_1 + R_2 \phi_2 \quad N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = R_1 \phi_1 + R_2 \phi_2$$

$$F_3 - F_2 = R_3 \phi_3 - R_2 \phi_2 \quad N_3 \cdot i_3 - N_2 \cdot i_2 = R_3 \phi_3 - R_2 \phi_2$$

$$0 = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3$$

$$0 = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3$$

Bu denklemlerden akılan akımlar cinsinden yazalım

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_3 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \\ \frac{N_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{-N_3 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \\ \frac{N_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{-N_2 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Bu denklemi toplam akı ve akımlar cinsinden yeniden yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_1^2 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_1 \cdot N_3 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \\ \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_2^2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{-N_2 \cdot N_3 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \\ \frac{N_1 \cdot N_3 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{-N_2 \cdot N_3 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} & \frac{N_3^2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Endüktans matrisinin tanım bağıntısını onımsayalım.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

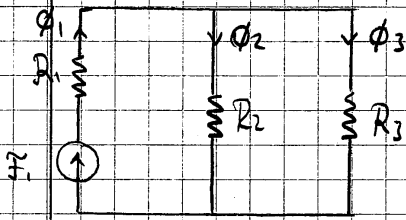
Bu tanımdan yararlanarak endüktans matrisini yazabiliriz.

$$[L] = [X]$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,545 & 2,727 & 5,455 \\ 2,727 & 14,55 & -5,455 \\ 5,455 & -5,455 & 24,55 \end{bmatrix}$$

b) Toplamsallık ilkesini magnetik devreye uygulayalım.

$i_2=0$ ve $i_3=0$ alalım.



Sekil - $i_2=0$ ve $i_3=0$ alınarak çizilen esdeğer devre.

Esdeğer devreden yararlanarak L_{11} 'i bulalım.

$$\phi_1 = \frac{F_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{N_1 \cdot i_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$L_{11} = \frac{N_1 \cdot \phi_1}{i_1} = \frac{N_1^2 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

L_{12} 'yi bulalım.

$$\phi_2 = \frac{F_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{N_1 \cdot i_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

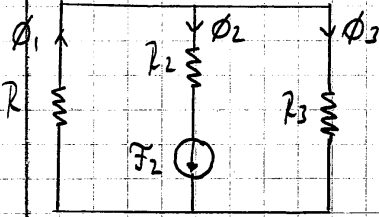
$$L_{12} = \frac{N_2 \cdot \phi_2}{i_1} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

L_{13} 'yi bulalım.

$$\phi_3 = \frac{F_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{N_1 \cdot i_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$L_{13} = \frac{N_3 \cdot \phi_3}{i_1} = \frac{N_1 \cdot N_3 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$i_1 = 0$ ve $i_3 = 0$ alarak eşdeğer devreyi çizelim.



Şekil - $i_1 = 0$ ve $i_3 = 0$ alınarak elde edilen eşdeğer devre

Eşdeğer devreden yararlanarak L_{22} 'yi bulalım.

$$\phi_2 = \frac{F_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{N_2 \cdot i_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

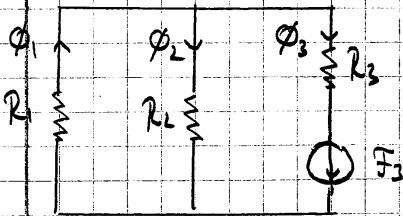
$$L_{22} = \frac{N_2 \cdot \phi_2}{i_2} = \frac{N_2^2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

L_{23} 'yi bulalım.

$$\phi_3 = -\frac{F_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = -\frac{N_2 \cdot i_2 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$L_{23} = \frac{N_3 \cdot \phi_3}{i_2} = -\frac{N_2 \cdot N_3 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$i_1 = 0$ ve $i_2 = 0$ alarak eşdeğer devreyi çizelim.



Şekil - $i_1 = 0$ ve $i_2 = 0$ alınarak elde edilen eşdeğer devre

E_s değeri deveden yararlanarak L_{33} 'ü bulalım.

$$\Phi_3 = \frac{F_3}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{N_3 \cdot i_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$L_{33} = \frac{N_3 \cdot \Phi_3}{i_3} = \frac{N_3^2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Görüldüğü gibi her iki yöntemde aynı sonucu vermektedir.

Magnetik sistende depo edilen enerji:

N sarımlı sargıdan i değişken akımı geçtiğini varsayalım.

Akımın değişken olmasıyla akıda da değişken olacaktır.

$$\lambda = N \cdot B \cdot A$$

Sargıda endüklenen gerilimi yazalım.

$$e = -\frac{d\lambda}{dt} \quad e = -NA \frac{dB}{dt}$$

Sargıda endüklenen gerilimin denklemini yazalım.

$$V = Ri + e$$

$$V = Ri + NA \frac{dB}{dt}$$

Denklemin her iki yanını akım ile çarpalım.

$$Vi = Ri^2 + Ni \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$$

giren kayıp depo edilen
güs güs güs

$$P = Ni \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$W = \int P \cdot dt = \int Ni \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} \cdot dt = \int Ni \cdot A \cdot dB$$

$$Ni = H \cdot l$$

$$W = \int H \cdot A \cdot l \cdot dB = A \cdot l \cdot \int H \cdot dB$$

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

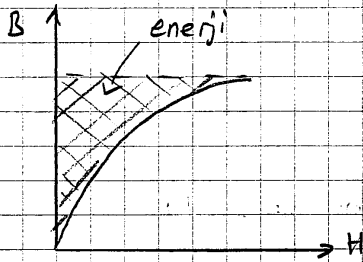
$$W = A \cdot l \cdot \int \frac{B}{\mu_0} dB = A \cdot l \cdot \frac{B^2}{2\mu_0}$$

hacim

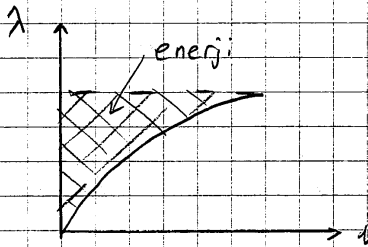
$$w = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{J/m}^3) : \text{Birim hacimdeki enerji}$$

$$W = F \cdot l$$

$$F \cdot l = A \cdot l \cdot \frac{B^2}{2\mu_0} \Rightarrow \boxed{F = A \cdot \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

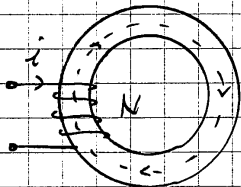


$$[T] \cdot [A/m] = [Wb/m^2] \cdot [A/m] \\ = \left[\frac{Vs}{m^2} \right] \cdot \left[\frac{A}{m} \right] = \text{J/m}^3$$



$$[Wb] \cdot [A] = [Vs] \cdot [A] = \text{J}$$

Sargıda endüklenen gerilim:



N sarımlı sargıdan i alternatif akımın geçtiğini düşünelim. Bu durumda magnetik sistemde dolayan akıda sinüzoidal olacaktır.

$$\phi = \phi_m \sin \omega t$$

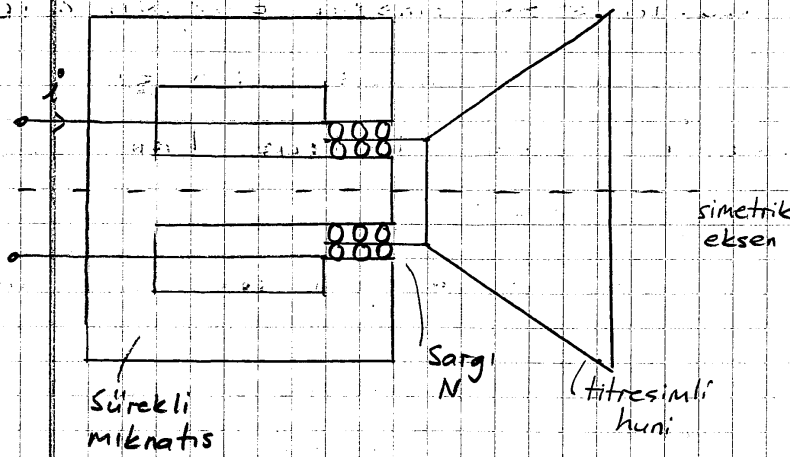
$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \underbrace{N\omega\phi_m}_{E_m} \cos \omega t$$

$$E_m = N\omega\phi_m$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{N\omega\phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_m}{\sqrt{2}} = \underbrace{\sqrt{2}}_{4,44} \pi f N \phi_m$$

$$\boxed{E = 4,44 N f \phi_m} \quad \text{Usaklarda } f = 400 \text{ Hz 'dir}$$

Örnek Problem:



Bir hoparlörün seması şekilde verilmiştir. Hoparlörün sargısının 12 sarımlı ve akı yoğunluğu $0,3T$ dir. Sabit ve düzgül bir alan vardır. Sargının taşıdığı akım, $i = 0,1A$, $i = \text{sabit}$, $i(t) = 0,5 + \sum_{k=1}^n \frac{0,1}{k} \sin kt$ olması durumunda göre sargıya etkiyen kuvveti zamana göre değişimini ve ortalama değerini bulunuz. Eksene göre silindirik simetri vardır. Sargı telinin uzunluğu $1m$ dir.

Çözüm:

Hoparlörün sargısına etkiyen kuvvet,

$$i = 0,1A \text{ iken,}$$

$$F = N \cdot B \cdot l \cdot i = 12 \times 0,3 \times 1 \times 0,1 = 0,36N$$

Kuvvetin ortalama değeri $0,36N$ dur.

$$i = \text{sabit, iken,}$$

$$F = N \cdot B \cdot l \cdot i = \text{sabit}$$

$$i(t) = 0,5 + \sum_{k=1}^n \frac{0,1}{k} \sin kt \text{ iken,}$$

$$F = N \cdot B \cdot l \cdot i = 12 \times 0,3 \times 1 \times \left[0,5 + \sum_{k=1}^n \frac{0,1}{k} \sin kt \right]$$
$$= 3,6 \cdot \left[0,5 + \sum_{k=1}^n \frac{0,1}{k} \sin kt \right]$$

Ortalama değeri $1,8N$ dur.

4) ELEKTROMEKANİK SİSTEMLER

Elektromekanik dönüştürücüler elektrik enerjisini mekanik enerjiye, mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren aygıtlardır. Günlük yaşamımızda bu aygıtlarla iş yapıyoruz. Kapı otomatı, zil, hoparlör, yürüyen merdiven gibi...

Bu sistemlerin çözümlemesinde enerjinin sakınımı ilkesinden yararlanacağız.

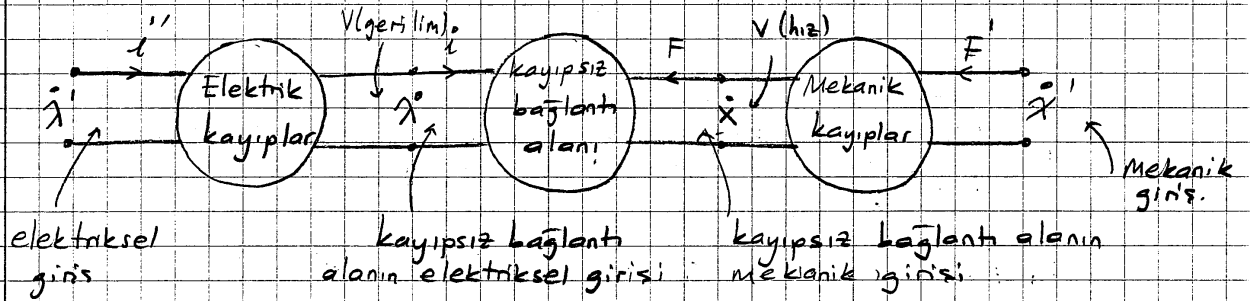
Enerjinin sakınımı ilkesi:

$$\begin{bmatrix} \text{Giren} \\ \text{elektrik} \\ \text{enerjisi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Giren} \\ \text{mekanik} \\ \text{enerji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Isıya} \\ \text{dönüsen} \\ \text{enerji} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Depo edilen} \\ \text{enerjideki} \\ \text{artış} \end{bmatrix}$$

veya

$$\begin{bmatrix} \text{Giren} \\ \text{elektrik} \\ \text{enerjisi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Yapılan} \\ \text{mekanik} \\ \text{iş} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Isıya} \\ \text{dönüsen} \\ \text{enerji} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Depo edilen} \\ \text{enerjideki} \\ \text{artış} \end{bmatrix}$$

Elektromekanik Sistemin Ögeleri:



Kayıpsız bağlantı alanı için enerji denge denklemi:

$$F dx + V dt = dW_m \quad (\text{kayıpsız bağlantı alanı için})$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$F dx + i d\lambda = dW_m$$

$$\boxed{F_e dx = i d\lambda - dW_m} \quad \text{Enerji Denge Denklemi}$$

→ Bağımsız değişken i yada λ olur. $A = \ln(i^2 + 3) + e^i$

a) Bağımsız değişkenin akım olması durumu: ↑
bağımsız
değişken i

$$\lambda = \lambda(i, x)$$

$$W_M = W_M(i, x)$$

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \cdot di + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \cdot dx$$

$$dW_M = \frac{\partial W_M}{\partial i} \cdot di + \frac{\partial W_M}{\partial x} \cdot dx$$

EDD 'de yerine yazalım:

$$Fe \cdot dx = i \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial i} \cdot di + i \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} \cdot dx - \frac{\partial W_M}{\partial i} \cdot di - \frac{\partial W_M}{\partial x} \cdot dx$$

$$\boxed{Fe = i \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{\partial W_M}{\partial x}} \quad (1)$$

b) Bağımsız değişkenin akı olması durumu:

$$W_M = W_M(\lambda, x)$$

$$dW_M = \frac{\partial W_M}{\partial \lambda} \cdot d\lambda + \frac{\partial W_M}{\partial x} \cdot dx$$

EDD 'de yerine yazalım.

$$Fe \cdot dx = i \cdot d\lambda - \frac{\partial W_M}{\partial \lambda} \cdot d\lambda - \frac{\partial W_M}{\partial x} \cdot dx$$

$$\boxed{Fe = - \frac{\partial W_M}{\partial x}} \quad (2)$$

c) Doğrusal durumu:

$$\lambda = L(x) \cdot i$$

Bağımsız değişken akım

$$W_M = \frac{1}{2} L(x) \cdot i^2$$

$$\boxed{Fe = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}} \quad (3)$$

d) Doğrusal durumu:

$$F = R(x) \cdot \phi$$

Bağımsız değişken akı

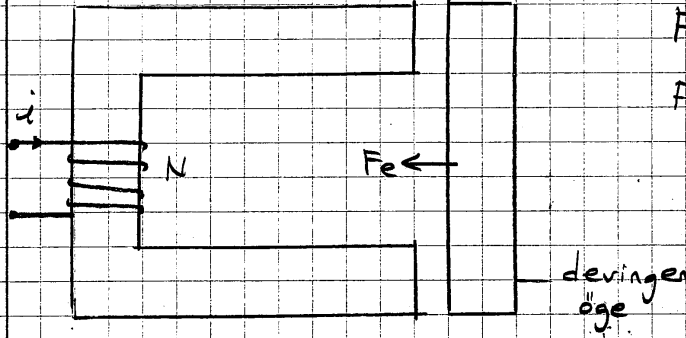
$$W_M = \frac{1}{2} R(x) \cdot \phi^2$$

$$F_e = -\frac{\Phi^2}{2} \frac{dR}{dx} \quad (4)$$

$L = i \cdot x$ ise (4) bağıntıdan çözülür.

L içinde i olduğu için dairesel değildir.

Yorum:



$F_e (+)$ ise hava aralığı genişler.

$F_e (-)$ ise hava aralığı daralır.

a) Devingen ögeye etkileyen kuvvet akı yolunu, magnetik direncini küçültecek şekildedir.

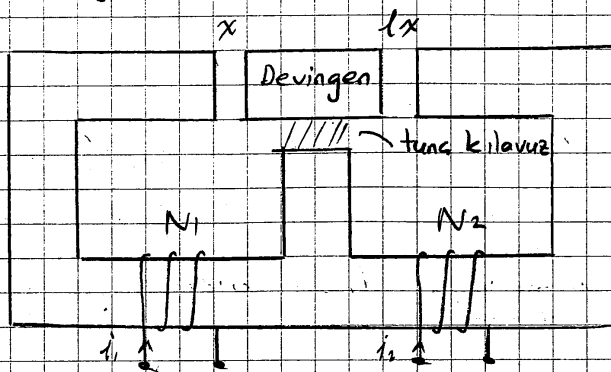
$$F_e = \frac{\Phi^2}{2} \frac{dR}{dx} \rightarrow \text{sartlı azalır.}$$

b) Sargıdan geçen akımın yönü değişirse devingen ögeye etkileyen kuvvetin yönü değişmez.

$$F_e = \frac{\Phi^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

c) Akımın yönü değişirse devingen ögeye etkileyen kuvvetin yönü değişmez. Diğer bir deyişle kuvvetin yönü akımın yönünden bağımsızdır.

Çok uyarımlı sistemler:



$$\lambda_1 = L_{11} \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2$$

$$F_1 = R_{11} \phi_1 + R_{12} \phi_2$$

$$\lambda_2 = L_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2$$

$$F_2 = R_{21} \phi_1 + R_{22} \phi_2$$

$$[\lambda] = [L][i]$$

$$[F] = [R][\phi]$$

Enerji:

$$W = \frac{1}{2} [i]^T [L] [i]$$

$$W = \frac{1}{2} [\phi]^T [R] [\phi]$$

Kuvvet:

$$F_e = \frac{1}{2} [i]^T \left[\frac{dL}{dx} \right] [i]$$

$$F_e = -\frac{1}{2} [\phi]^T \left[\frac{dR}{dx} \right] [\phi]$$

Moment:

$$M_e = \frac{1}{2} [i]^T \left[\frac{dL}{d\theta} \right] [i]$$

$$M_e = -\frac{1}{2} [\phi]^T \left[\frac{dR}{d\theta} \right] [\phi]$$

$$F_e = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dx}$$

Not: Çok uyartımlı sistemlerde hesap yapmadan yalnızca şekle bakarak kuvvetin yönü söylenemez.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

SORU: Bir magnetik çekirdekteki akı 30Hz frekanslı sinüs biçiminde olarak değişmektedir. Maksimum akı yoğunluğu 0,8T dir. Bu durumda girdap akımı kayıpları 20 W dir. Frekans 50Hz ve maksimum akı yoğunluğu 1,2T olduğunda girdap

akımı kayıplar ne olur?

Çözüm:

Girdap akımı kayıplarını $P_g = k_g \cdot f^2 \cdot B_m^2$ bağıntısı ile hesaplandığını biliyoruz. Burada f frekans. Bu akı yoğunluğunun maksimum değeri k_g ise malzemenin türüne ve miktarına bağlı değişmezdir.

50 Hz 1,2 T 'daki girdap akımı kayıplarını bulalım.

$$P_g = \frac{(50 \times 12)^2}{(30 \times 0,8)^2} \times 20 = 125 \text{ W}$$

Steinmetz sabit $1,6 < k_g < 2,4$ arası olmalıdır.

Elektromekanik sistemlerin modellenmesi:

Elektromekanik sistemlerin modellenmesi bes aşamadan yapılır.

1) Sistemin tanınması; Modellenmesi yapılacak sistemin kavramızda net olarak çözülmesi gerekir. Sistemin nasıl çalıştığı belirli bir şekilde incelenmelidir.

2) Basitleştirici varsayım; Bir sistemin çözümlemesinde basitleştirici varsayımlar mutlaka yapılır. Elektromekanik sistemlerin çözümlemesinde kaçak akıların olmadığı, hava aralığında akı sapmalarının olmadığı gibi bir çok varsayım yapılabilir.

3) Parametrelerin derlenmesi; Bir sistemin parametreleri sağlıklı bir biçimde ölkülemiyorsa o sistemin nasıl çalıştığını söyleyemeyiz.

4) Elektriksel ve mekanik denklemlerin yazılması; Elektriksel denklemler Kirchof yasaları, mekanik denklem ise Newton yasasıdır.

5) Çözümleme yöntemi;

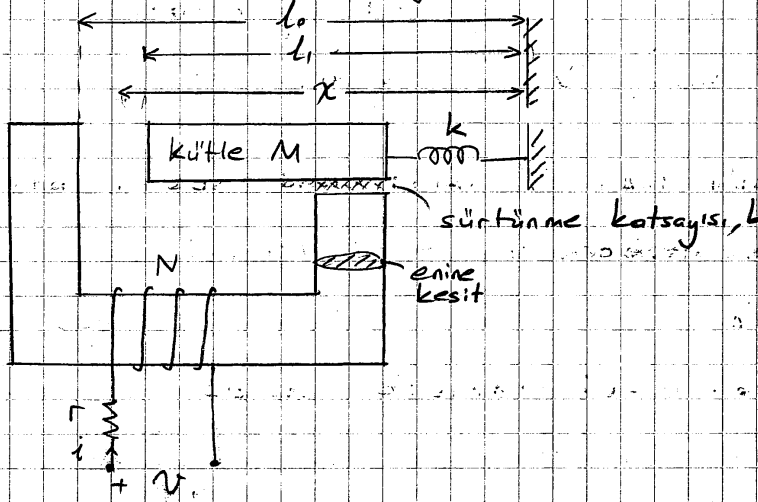
• Grafik yöntem; basit, görsel açıdan en eğitici bir yöntemdir.

Ancak karmaşık sistemlerde sonuç vermez.

• Analitik yöntem; sembollerle yapılan yöntemdir. Gözünden parametreleri sonuç üzerinde nasıl etkilediği kolayca görünür.

• Sayısal çözümleme yöntemi; katsayıları belli olan sistemler için uygulanır. En son, en gelişmiş uygulamadır.

Hareket denkleminin yazılması:



1) Varsayımlar:

Magnetik malzeme ideal, kaçak akılar ve akı saptırmaları göz ardı, sürtünme hızla değeri orantılı, yay kuvveti uzama ile doğru orantılıdır.

2) Parametreler

Mekanik parametreler

M : kütle

b : sürtünme katsayısı

k : yay değismez

Elektriksel parametreler

r : direnç

L : endüktans

Endüktans değeri:

$$L(x) = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot N^2}{d_1 - x} = \frac{A}{c+x}$$

Burada,

$$A = -\mu_0 \cdot a \cdot N^2$$

$$c = -l_1$$

3) Hareket denklemi

* Not: kareler ve iki bağımsız

a) Elektriksel;

değişkenin çarpımı doğrusallığı

$$r_1 + \frac{d}{dt}(Li) = \mathcal{V}$$

bozar.

Burada endüktansın zamanla değişmesi nedeniyle türeyere dikkat etmek gerekir.

b) Mekanik;

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - l_0) = F_e = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

İrdeleme:

Elektriksel denklem,

$$\frac{d}{dt}(Li) = L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{dx} \dot{x}$$

iki değişkenin çarpımı doğrusallığı bozar.
doğrusal olmayan terim

Burada $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ hız olup endüktansın zamanla değişmesine neden olur. $i \cdot \frac{dL}{dx}$ terimi hareket nedeniyle oluşan gerilimde "hareket gerilimi"

Mekanik denklem,

$$\frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} = \frac{i^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{A}{c+x} \right) = \frac{i^2}{2} \frac{A}{(c+x)^2}$$

doğrusal değil

Devirin denkleminin analitik çözümü

$$L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{dx} \dot{x} + r_1 i = \mathcal{V}$$

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - l_0) = \frac{\mu_0 a N^2 i^2}{2 \cdot (x - l_1)^2}$$

çalışma noktası

$$v(t) = V_0 + v_1(t)$$

$$i(t) = I_0 + i_1(t)$$

$$x(t) = X_0 + x_1(t)$$

MV
MA
mM

→ küçük genlikli
değişkenler

V, A, m

Devrimin denkleminin analitik çözümü $\frac{A}{c+x}$ → doğrusal değil

Devrimin denklemini yeniden yazalım

$$L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} x + r \cdot i = v$$

$$M \ddot{x} + b \dot{x} + k(x - l_0) = \frac{\mu_0 a N^2 i^2}{2(x - l_1)^2}$$

Daha öncede belirtildiği gibi bu denklemler nonlineerdiler ve açık analitik çözümleri yapılamaz. Ancak küçük genlikli isaretleme ve hareketler için, hareketin lineerleştirilmiş denklemleri çözümlenerek sistemin davranışı hakkında bilgi edinilebilir.

Küçük genlikli değişimler kısıtlamasına ilave olarak sistemin stabil bir çalışma noktasının olması gerekir. Küçük genlikli değişimler bu kararlı çalışma noktası civarında olacaktır. Kararlı çalışma noktasının sürekli rejimdeki büyüklüklerini (V_0, I_0, X_0) ile gösterebiliriz.

$$v(t) = V_0 + v_1(t)$$

$$i(t) = I_0 + i_1(t)$$

$$x(t) = X_0 + x_1(t)$$

burada (v, i, x) orijinal değişkenler, (v_1, i_1, x_1) ise (V_0, I_0, X_0) noktası etrafındaki değişimlerdir. Burada küçüklüğün ölçüsü olarak i^2, i, x_1 gibi çarpım terimlerinin göz ardı edilebilecek kadar küçük olmasını bir ölçü olarak alıyoruz.

Bütün bunların ışığında doğrusal olmayan terimleri yeniden inceleyelim.

$$L = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot N^2}{l_1 - x} = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot N^2}{l_1 - x_0 - x_1} = L_0 \cdot \left(\frac{1}{1 - x_1/l_1 - x_0} \right) = L_0 \cdot \left(1 + \frac{x_1}{l_1 - x_0} \right)$$

burada $L_0 = [\mu_0 a N^2 / (l_1 - x_0)]$ dir. ifadeyi binom serisine açalım.

$$L = L_0 \left[1 + \frac{x_1}{l_1 - x_0} + \left(\frac{x_1}{l_1 - x_0} \right)^2 + \left(\frac{x_1}{l_1 - x_0} \right)^3 + \dots \right]$$

Diğer yandan,

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{L_0}{l_1 - x_0} \left[1 + \frac{2x_1}{l_1 - x_0} + 3 \cdot \left(\frac{x_1}{l_1 - x_0} \right)^2 + \dots \right]$$

Bu son iki bağıntıyı doğrusallaştıralım.

$$L \approx L_0 \left(1 + \frac{x_1}{l_1 - x_0} \right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} \approx \frac{L_0}{l_1 - x_0} \left(1 + \frac{2x_1}{l_1 - x_0} \right)$$

Toplam akı için;

$$\lambda = Li \approx L_0 \cdot \left(1 + \frac{x_1}{l_1 - x_0} \right) (I_0 + i_1)$$

$$\approx L_0 I_0 + L_0 i_1 + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} x_1 \quad (x_1, i_1 \text{ gözardı edildi})$$

$$\frac{d}{dt} (Li) \approx L_0 \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} \dot{x}_1$$

$$r i_1 = r I_0 + r i_1$$

Bu değerleri devrimin elektriksel denkleminde yazalım.

$$L_0 \frac{\partial i_1}{\partial t} + r i_1 + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} \dot{x}_1 + r I_0 = V_1 + V_0$$

Sürekli rejimde iki çalışma noktası için;

$$r I_0 = V_0$$

Çalışma noktasındaki elektriksel dinamik için;

$$L_0 \frac{\partial i_1}{\partial t} + r i_1 + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} \dot{x}_1 = V_1$$

Bir devrim elektiriksel denkleminin doğrusallasms b'asimidir.
Smdide devrim mekanik denkleminin sağ tarafı ile ilgilene-

lim.

$$i^2 = (I_0 + i_1)^2 = I_0^2 + 2I_0 i_1 + i_1^2 \approx I_0^2 + 2I_0 i_1 \quad (i_1^2 \text{ g'ozard edildi})$$

Buradan,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL}{dx} &\approx \frac{1}{2} (I_0^2 + 2I_0 i_1) \frac{L_0}{l_1 - x_0} \left(1 + \frac{2x_1}{l_1 - x_0}\right) \\ &= \frac{L_0 I_0^2}{2(l_1 - x_0)} + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} i_1 + \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - x_0)^2} x_1 \quad (i_1 x_1 \text{ g'ozard edildi}) \end{aligned}$$

Bunu devrim mekanik denkleminde yerine yazalım.

$$M \ddot{x}_1 + b \dot{x}_1 + k x_1 + k(x_0 - l_0) = \frac{L_0 I_0^2}{2(l_1 - x_0)} + \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} i_1 + \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - x_0)^2} x_1$$

Surekli rejimde mekanik calisma noktası,

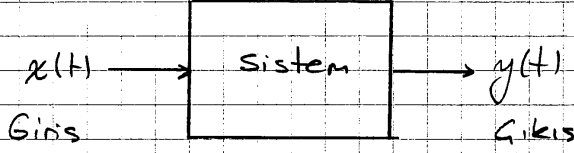
$$k(x_0 - l_0) = \frac{L_0 I_0^2}{2 \cdot (l_1 - x_0)} \quad \text{ile verilmiştir.}$$

0 halde dinamik doğrusallasıtrılmıs denklemler elde edilir.

$$M \ddot{x}_1 + b \dot{x}_1 + \left[k - \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - x_0)^2} \right] x_1 = \frac{L_0 I_0}{l_1 - x_0} i_1$$

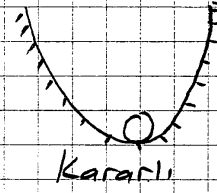
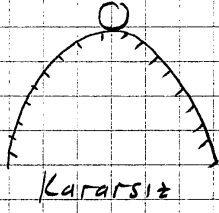
Devrim doğrusallasıtrılmıs denklemlerin cözümü standart yöntemlerden biriyle yapılabilir.

Sistem



Tüm başlangıç koşulları sıfır alınarak geçiş işlevi (transfer fonksiyonu)

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

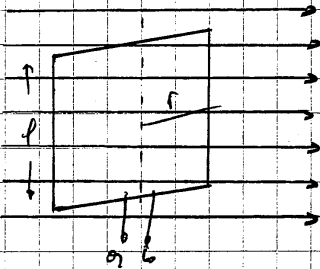


Sınırlı bir giriş için,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \text{sınırlı (kararlı)}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \infty \text{ (kararsız)}$$

Örnek:



Şekilde gösterilen iletkin çerçevenin sarım sargısı 250 dir. Eksenel uzunluğu $l = 4 \text{ cm}$ genişliği $2r = 2 \text{ cm}$ 'dir.

a) Düzgün $B = 0,2 \text{ T}$ 'lık bir alan içerisinde $\omega = 1000 \text{ dev/dak}$ bir hızla döndürüldüğünde endüklenen gerilimin ifadesini ve ortalama, etkin değerini bulunuz.

b) Çerçeve uçlarının $r = 1 \text{ m}$ 'lık bir direnci bağlandığında çerçeveden geçecek akımı, çerçeve direnci $R = 0,5 \Omega$ olduğuna göre hesaplayınız.

c) Enerji denge denklemini yardımıyla sürtünme kayıplarını gözardı ederek momenti bulunuz.

$$a) \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \times 1000}{60} = 104,7 \text{ rad/s}$$

$$\lambda = N \times B \times A \times \cos \theta = N \times B \times 2r \times l \times \cos \theta$$

$$\lambda = 250 \times 0,2 \times 8 \times 10^{-4} \times \cos \theta$$

$$\lambda = 0,04 \cos 104,7 t$$

endüklenen gerilim

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = -0,04 \times 104,7 \cdot \sin 104,7 t = -4,188 \cdot \sin 104,7 t$$

Gerilimin ortalama değeri sıfırdır.

$$\text{Gerilimin etkin değeri } E = \frac{4,188}{\sqrt{2}} = 2,961 \text{ volt.}$$

b) Akımın zamanla değişimi,

$$i = \frac{e}{r+R} = \frac{-4,188 \sin 104,7 t}{1+0,5} = -2,792 \cdot \sin 104,7 t \text{ (A)}$$

Akımın etkin değeri,

$$I = \frac{2,792}{\sqrt{2}} = 1,974 \text{ A}$$

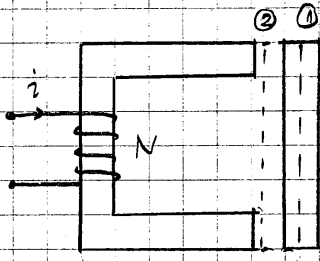
c) Güçlerin eşitliğinden

$$EI = M \cdot \omega$$

$$\text{veya } M = \frac{EI}{\omega} = \frac{2,961 \times 1,974}{104,7} = 55,85 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

Sürekli Manyetik Malzemeler

Açma ve Kapama Olayları



Şekilde görülen devingen ögenin yerdeğiştirilmesi sırasında olanları inceleyelim:

Devinin saucunda 1 konumundan 2 konumuna gelir. Bu sırada oluşan olayı 3 kısımda inceleyebiliriz.

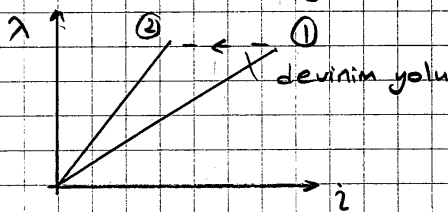
1) Olayın çok hızlı olması durumu.

2) Olayın çok yavaş olması durumu.

3) Olayın ne o kadar hızlı ve ne o kadar yavaş olması durumu.

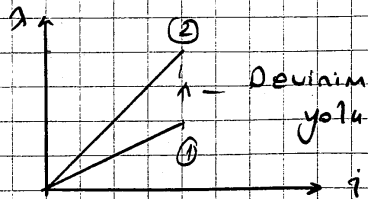
1) Devinin çok hızlı olması durumu:

Devinin çok hızlı olması durumunda devinin sırasında akımın sabit kaldığı varsayılır.

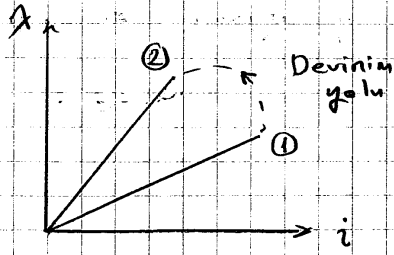


2) Devinin çok yavaş olması durumu:

Devinin çok yavaş olması durumunda akımın sabit kaldığı düşünülür.



3) Devinin ne o kadar hızlı, ne de o kadar yavaş olması durumu:



TÜMLEYEN ENERJİ (Co-enerji)

Tümleyen enerji fiziksel bir karşılığı olmayan ancak problemin çözümünde kolaylık sağlayan bir kavramdır. Tepkinin gücü kavramında olduğu gibi.

Elektromekanik dönüştürücüleri içerdikleri alan açısından 2 kısımda inceleyebiliriz.

1) Magnetik alan içeren dönüştürücüler.

2) Elektriksel alan içeren dönüştürücüler.

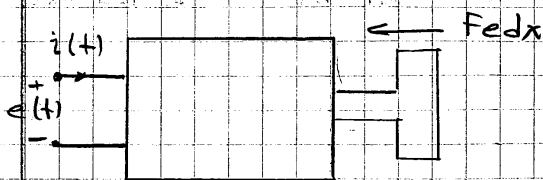
Elektromekanik dönüştürücüler içerdikleri kapılara göre üç kısımda incelenir.

a) Bir elektriksel ve bir mekanik kapasite olan dönüştürücüler.

b) Bir den fazla elektriksel kapasite bir mekanik kapasite olan sistemler.

c) Bir den fazla elektriksel ve bir den fazla mekanik kapasite olan sistemler.

a) Bir elektriksel ve bir mekanik kapasite olan sistemler:



$$dW = dW_e - dW_{mek}$$

$$dW = idA - Fedx \quad \text{EDD}$$

Enerji dönüşümünün önemli bir yol aynı olan bağımsız değişkenin akım mı yoksa akı mı olduğu sorusuyla karşılaşırız.

a) Bağımsız değişkenin akı (λ, x) olması durumu:

$$W = W(\lambda, x)$$

Enerjinin tam diferansiyelini alalım.

$$dW = \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W}{\partial x} dx$$

bu ifade ile EDD karşılaştırılır.

$$F_e = - \frac{\partial W}{\partial x}$$

b) Bağımsız değişkenin akım (i, x) olması durumu:

$$\lambda = \lambda(i, x)$$

$$W = W(i, x)$$

Akı ifadesinin tam diferansiyelini alalım.

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda}{\partial x} dx$$

Bu ifadeyi EDD yerine yazalım.

$$dW = i \left(\frac{\partial \lambda}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda}{\partial x} dx \right) - F_e dx$$

veya

$$dW = i \frac{\partial \lambda}{\partial i} di + \left(i \frac{\partial \lambda}{\partial x} - F_e \right) dx \quad (1)$$

Enerjinin tam diferansiyelini alalım.

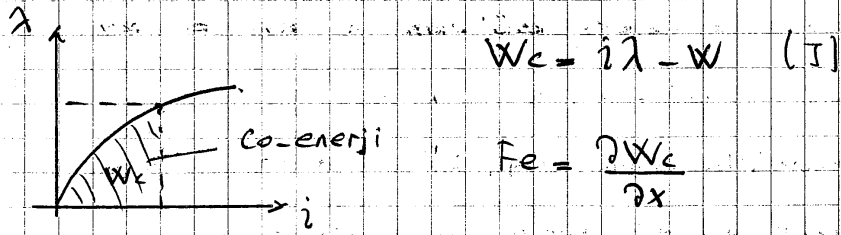
$$dW = \frac{\partial W}{\partial i} di + \frac{\partial W}{\partial x} dx \quad (2)$$

1 ve 2 nolu denklemlerde dx katsayısı eşitlenirse,

$$\frac{\partial W}{\partial x} = i \frac{\partial \lambda}{\partial x} - F_e$$

$$F_e = i \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$F_e = \frac{\partial}{\partial x} [i\lambda - W]$$

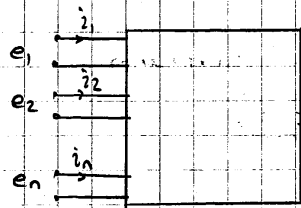


KURAL !!

Bağımsız değişken akı ise enerji bulunur. x 'e göre türev alınır işaret negatiftir. Bağımsız değişken akım ise co-enerji bulunur x 'e göre türev alınır işaret pozitifdir.

Bir sistemin doğrusal olup olmadığı sistemin enerjisi ve co-enerjisi bulunur. Bu iki değer birbirine eşit ise sistem doğrusaldır. Diğer bir deyişle doğrusal sistemlerde enerji co-enerjiye eşittir.

b) Birden fazla elektriksel kaptı, bir mekanik kaptı olan sistemler:



$$dW_c = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + \dots + i_n d\lambda_n$$

$$dW_{mek} = F_e dx$$

$$dW = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + \dots + i_n d\lambda_n - F_e dx \quad \text{EDD}$$

a) Akıların bağımsız değişken olması durumu:

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, x)$$

EDD'den

$$F_e = - \frac{\partial W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, x)}{\partial x}$$

b) Akımların bağımsız değişken olması durumunda:

$$\lambda_i = \lambda_i(i_1, i_2, \dots, i_n, x)$$

$$W = W(i_1, i_2, \dots, i_n, x)$$

tam diferansiyeller alınıp EDD yerine yazılır.

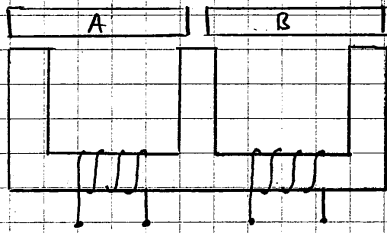
Çok girişli sistemde tümleyen enerji:

$$W_c = \sum_{i=1}^n i_i \lambda_i(i_1, i_2, \dots, i_n, x) - W(i_1, i_2, \dots, i_n, x)$$

Kuvvet ifadesi,

$$F_c = + \frac{\partial W_c(i_1, i_2, \dots, i_n, x)}{\partial x}$$

c) Birden fazla elektriksel ve birden fazla mekanik kapasite olan sistemler.



Akımların bağımsız değişken olması durumunda,

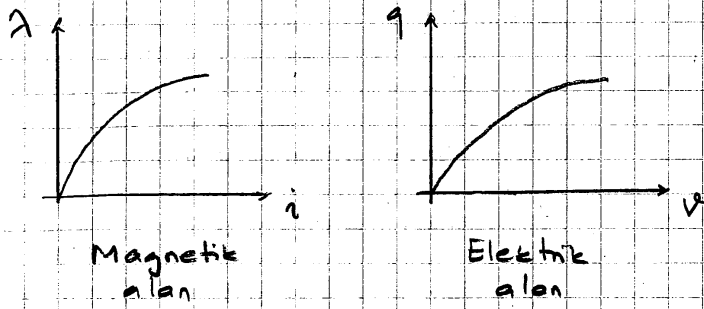
$$F_{e_i} = - \frac{\partial W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i}$$

Akımların bağımsız değişken olması durumunda,

$$F_{e_i} = + \frac{\partial W_c(i_1, i_2, \dots, i_n, x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i}$$

Genel Kural: Co-enerji sınırları çözümlerken yazacağımız kuralın bilinmesi problem çözümünde gereklidir. Bağımsız değişken akı ise enerji bulunur x'e göre türev alınır negatif işaretli kuvveti verir. Bağımsız değişken akım ise co-enerji bulunur x'e göre türev alınır pozitif işaretli kuvveti verir.

d) Elektrik alanlı dönüştürücüler:



Benzeşim:

$$\begin{array}{l} \lambda \leftrightarrow q \\ i \leftrightarrow v \\ L \leftrightarrow C \end{array}$$

$$F_e = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} \Rightarrow F_e = \frac{v^2}{2} \frac{dC}{dx}$$

Örnek problem: İki elektrisel bir mekanik kapasite bulunan bir elektromekanik düzeneğin toplam akı ile akım arasındaki ilişkisi aşağıda verilmiştir.

$$\lambda_1 = (1-x)i_1 - M i_2 + kx$$

$$\lambda_2 = -M i_1 + (1+x)i_2 - kx$$

a) Magnetik enerjiyi ve tümleyen enerjiyi bulunuz.

b) Bu sistem doğrusal mıdır? Değilse hangi koşullar altında doğrusal olur.

c) Sistemin mekanik kapasiteye etkileyen kuvveti bulunuz.

Çözüm:

a) n tane elektrisel ve m tane mekanik kapasite olan elektromekanik dönüştürücüde tümleyen enerji

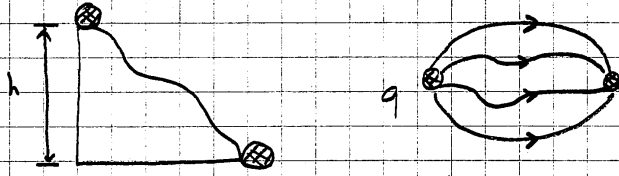
$$W_c = \sum_{i=1}^n \int_0^{i_i} \lambda_i(i_1, i_2, \dots, i_n, x_1, \dots, x_m) di_i$$

olduğunu biliyoruz. Ancak sistemin kayıpsız bir sistem olması nedeniyle integrasyon yola bağlı olmayıp yalnızca ilk ve son değerlere bağlıdır.

$$W_c = \int_0^{i_1} \lambda_1(i_1, 0, 0, \dots, 0, x_1, \dots, x_m) di_1$$

$$+ \int_0^{i_2} \lambda_2(i_1, i_2, 0, \dots, 0, x_1, \dots, x_m) di_2$$

$$+ \int_0^{i_n} \lambda_n(i_1, i_2, \dots, i_n, x_1, \dots, x_m) di_n$$



Bu genel bağıntıyı probleme uygulayalım.

$$W_c = \int_0^{i_1} \lambda_1(i_1, 0, x) di_1 + \int_0^{i_2} \lambda_2(i_1, i_2, x) di_2$$

$$W_c = \int_0^{i_1} ((1-x)i_1 + kx) di_1 + \int_0^{i_2} (-Mi_1 + (1+x)i_2 - kx) di_2$$

$$W_c = \frac{1}{2} (1-x)i_1^2 + kxi_1 - Mi_1i_2 + \frac{1}{2} (1+x)i_2^2 - kxi_2$$

Magnetik enerji

$$W = i_1 \lambda_1 + i_2 \lambda_2 - W_c$$

$$W = \frac{1}{2} (1-x)i_1^2 - Mi_1i_2 + \frac{1}{2} (1+x)i_2^2$$

b) $k=0$ için sistem doğrusaldır

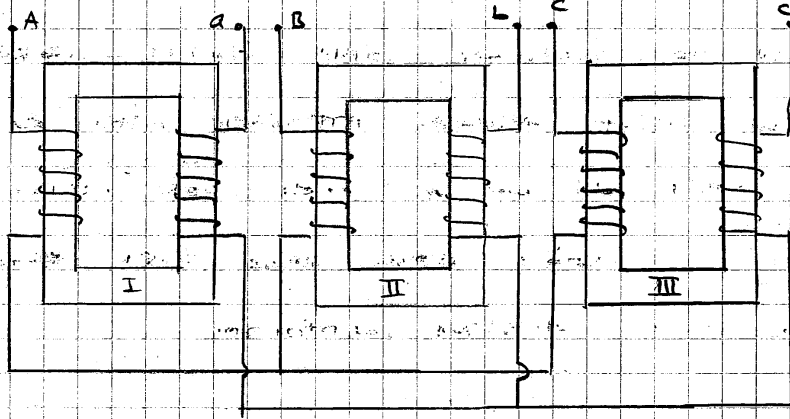
** k 'nin gerçel değeri yoksa (kötü yoksa) k 'nin hiçbir gerçel değeri için sistem doğrusal olmaz.

$$c) F_x(i_1, i_2, x) = - \frac{\partial W_c(i_1, i_2, x)}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{2} i_1^2 + k i_1 + \frac{1}{2} i_2^2 - k i_2$$

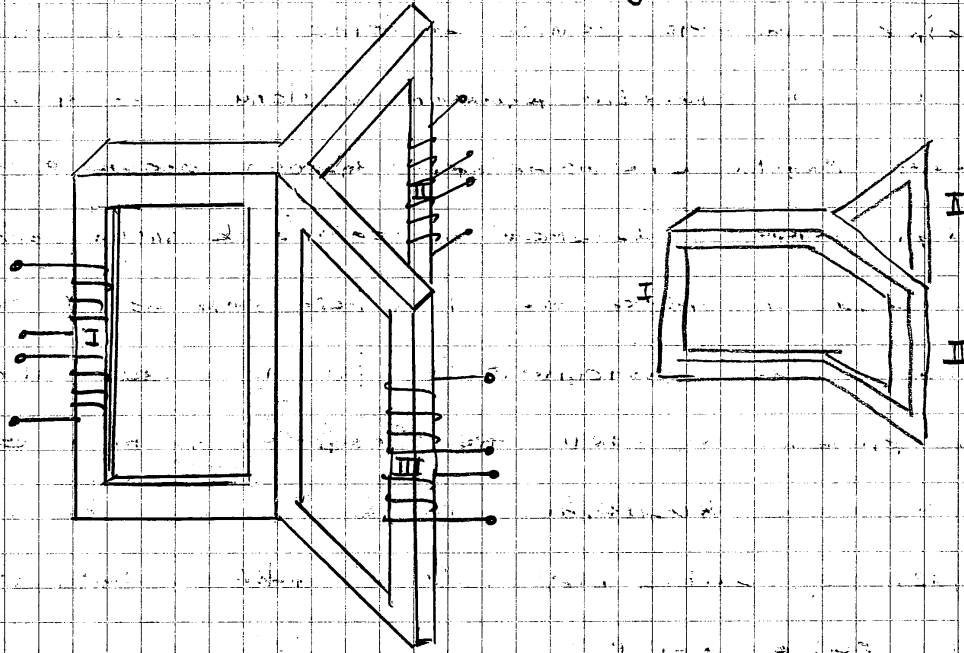
3 - Fazlı Transformatorler

Bugünkü modern enerji sistemlerinin 3 - fazlı olması nedeniyle 3 - fazlı transformatorleri incelemek yerinde olacaktır. Enerji üretim merkezlerinden tüketim merkezlerine kadar iletilen enerji defalarca yükseltilecek ve alçaltılacaktır. İndirgeme ve yükseltme işi her bir seferinde 3 - Fazlı transformator üzerinden olacaktır. 3 - Fazlı bir enerji sisteminde çok sayıda 3 - Fazlı transformator kullanılır. Gerilim yükseltmesi ve alçaltması işleminde 3 adet tek fazlı transformator kullanılabileceği gibi 1 adet 3 - Fazlı transformatorde kullanılabılır.

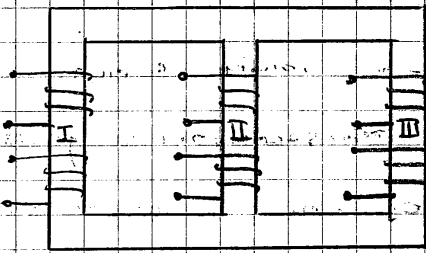


3 adet 1 - fazlı transformator yerine 1 adet 3 - fazlı transformator kullanılabılır. 3 - fazlı transformatorün yapısını nasıl geliştirdiğini inceleyelim. 3 adet tek - fazlı transformator düşünelim. Bu transformatorlerin I, II ve III nolu bacaklarına 1. ve 2. sargıları yerleştirelim. 3 - fazlı akım aralarında 120° 'er faz farkı bulunan akılar oluşturmaktadır. Orta kısımdaki akı bu üç akının toplamı olacaktır. Akıların gerilimleri eşit ancak aralarında 120° 'er faz farkı olması nedeniyle orta kısımdaki akı sıfıra eşit olacaktır. Orta kısmın akı taşınmaması nedeniyle magnetik akı dağılımını bozmadan rahatlıkla yapıdan atılabilir. Burada bir bacakta oluşan akı

diğer iki bacadan geri dönüşü aynı kalır.



Ancak böyle bir transformatorün maliyeti fazla olacağından aşağıda çizilen türden transformator kullanmak daha uygundur. Şekil dikkatlice incelenecek olursa yukarıdaki şeklin 2 nolu bacağın boyundunuz kısmı kısaltılarak her üç bacadaki aynı düzleme getirilmiştir.



3- Fazlı Bir Adet Transformatorün Üç Adet Bir Fazlı Transformatorle Karşılaştırılması:

Paha önce söylediğimiz gibi 3- fazlı enerji sisteminde 3 tane 1- fazlı trans. kullanılabilir gibi bir tane 3- fazlı trans. kullanılabilir. Bu iki seçeneği cesitli bakımdan birbirine karşılaştıralım:

a) Tek- fazlı 3 adet trans. kullanmak daha pahalıya gelir, çünkü tek- fazlı üç trans. daha fazla demire,

daha fazla yardımcı elemana, daha büyük kazana,
daha fazla yağ gereksinim gösterir.

3-fazlı bir trans. kullanmak daha ucuza gelecektir.

Bunun nedenleri magnetik akı yoğunluğunu daha kısa olması
ve dolayısıyla demirin az olması, sağtma kazanının küçük
olması ve sonunda daha az yağ gereksinim göstermesidir.

b) Tek fazlı üç transformatörde kullanılan demir miktarı
daha fazla olması nedeniyle kayıplar fazla ve dolayısıyla
verim daha küçüktür.

3-fazlı bir adet trans. ise kullanılan demir daha
az ve bu nedenle kayıplar daha az ve sonunda verim
daha fazladır.

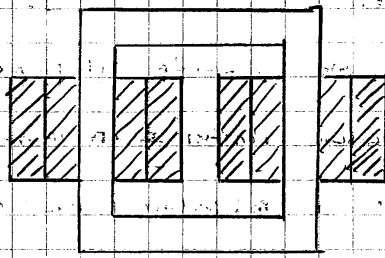
c) Tek fazlı üç trans. daha fazla yer kaplar. 3-fazlı
bir tek trans. ise daha az yer kaplar. Bu nedenle bina
işin olacak masraflar daha azdır.

d) Tek fazlı üç transformatörden birinin arızalanması du-
rumunda yedek tek fazlı bir transformatör ile arızalı trans.
kolayca yer değiştirilebilir. 3-fazlı transformatörün faz sar-
gılarından biri arızalanırsa tüm transformatörü değiştirmek
gerekir.

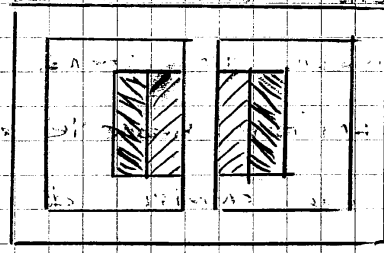
Transformatörlerin çalışması:

Transformatörlerin temel ilkesi karşılıklı endüklemeye
dayanır. Karşılıklı endükleme için iki ayrı endüklene devresi
ve bunları birbirine bağlayan değişken bir ortak akı gerekir. Trans-
formatörler çekirdek tipi ve kabuk tipi olmak üzere ya-
pılış açısından 2 türe ayrılır. Çekirdek tipi trans. mag-
netik çekirdeğin her iki tarafında sargılar sarılmıştır. Kabuk
tipi trans. sargılar orta bacak üzerine sarılmış ve trans.

diğer bacaklar sargıları bir ölküde sercelemis durumdadır.



Gekirdek tipi



Kabuk (manto, mantel) tipi

- Konumasi daha fazladır

- Kayıplar daha fazladır

* A6 sargısı çekirdeğe yakın seçilir.

Magnetik devrenin gönari ortak akığı iletmek ve transformator sargılarıyla halkalanmayı sağlamak. Magnetik devrenin su özellikleri sağlanması gerekir.

a) Ortak akığı oluşturmak için gerekli uyartım akımı olabildiğince az olmalıdır. Bunu sağlamak amacıyla magnetik devre yüksek nitelikte magnetik saclardan yapılır.

b) Zamanla değişen magnetik devrede girdap akımı kayıpları oluştuğunu biliyoruz. Bu kayıpları azaltmak için sacın %3 oranında Silisyum katılır. Girdap akımı kayıpları azaltmanın diğer bir yolu ise değişen akı kısmı ince sac levhalarından oluşturulur. Transformatorlerde genellikle 0,35 mm kalınlıkta saclar kullanılmaktadır. Sac levhanın üzerinde olabildiğince ince bir yalıtıcı tabaka bulunur.

c) Magnetik genleşme olayı (magnetostriksiyon) nedeniyle oluşan gürültünün olabildiğince küçük olması gerekir.

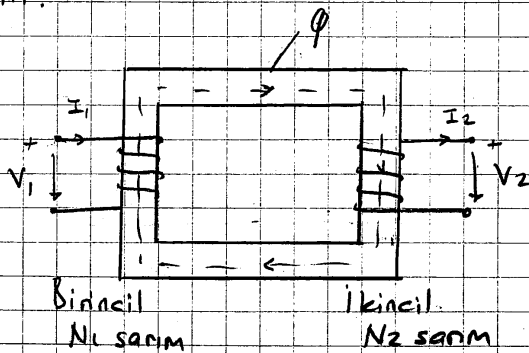
Özellikle transformator saclarının magnetik gerilimliği yüksek, kayıpları küçük ve az gürültülü olmalıdır. Yarı-endernismiş kristalli ve sağık haddelenmiş saclar bu özellikler

büyük ölçüde sağlar. Yönlendirilmiş kristalli ve hadde-
 lenmiş sağık sacların son zamanlarda transformatörlerde
 kullanılmasıyla transformatörlerde büyük ölçüde ilerleme
 sağlanmıştır. Transformatörlerde kullanılan sacların kalitesini artır-
 mak için araştırmalar devam etmektedir. Transformatörlerin
 magnetik devresi üzerinde birbirinden yalıtılmış ve aynı ortak
 akı ile halkalana iki ayrı sargı bulunur. Sargılardan biri-
 si şebekeden enerji alır. Diğer baska bir şebekeye enerji
 verir. Şebekeden enerji alan sargıya birincil, diğer şebeke-
 ye enerji veren sargıya ikincil adı verilir. Sargılar lakir
 veya alüminyumdan yapılır. Sargılardan geçen akım nedeniyle
 oluşan kayıplara bakır kayıpları adı verilir. Sargıların
 birbirinden ve magnetik devreden yalıtılmıştır. Sargı iletken-
 leri kağıt veya özel vernikle kaplıdır.

$$\text{Bakır kayıpları } P_{cu} = 3RI^2$$

İdeal Transformatör

Gerçek transformatörlerin esdeğer devresini geliştirme-
 den önce ideal transformatörün nasıl çalıştığını incelemek
 yerinde olacaktır. İdeal transformatörlerde sargı dirençleri-
 nin olmadığı, kasak akıların ve demir kayıplarının olmadığı
 varsayılır.



İdeal transformatör temel elemanları olan magnetik
 çekirdek, birincil ve ikincil sargılarıyla gösterilmiştir.

Birincil sargının sarın sayısı N_1 , ikincil sargının sarın sayısı N_2 olsun. Birincil ve ikincil sargılar üzerine halkalanan Φ akısının zamanla değışimi nedeniyle sargılarda e_1 ve e_2 gerilimleri edüklenir.

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad e_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

veya

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ olacaktır.}$$

$N_1 > N_2$ alçaltıcı (step down)
 $N_1 < N_2$ yükssetici (step up)

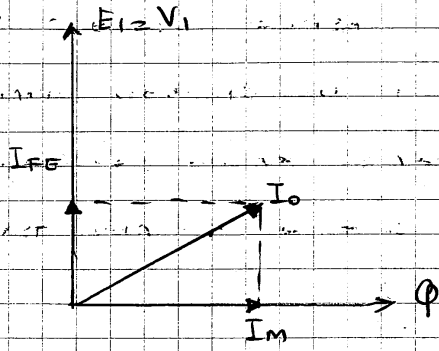
$$\text{Aklı } \Phi = \Phi_m \sin \omega t \quad (\text{WL})$$

$$e = \underbrace{\omega N \Phi_m}_{E_m} \cos \omega t \quad (\text{V})$$

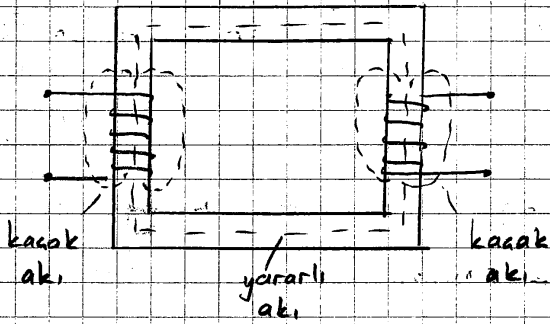
$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega N \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi f N \Phi_m = 4.44 f N \Phi_m$$

Transformatörlerin esdeğer devresi:

Transformatörü göz önüne alarak Transformatörün ikincil devresinin açık olması durumunu inceleyelim. Yararlı akı Φ oluşturmaz için I_m mıknatıslanma akımına gereksinim vardır. Doğrusal durumda mıknatıslanma akımı ile yararlı akı Φ aynı fazda olacaktır. Gerçek bir transformatörde magnetik devrede demir kayıpları vardır. Transformatörün boşta çalışması ikincil yanının yüklü olmaması yani ikincil yanının açık devre olmasıdır. Boşta çalışma akımının demir kayıpları karşılayan kısmını I_{FE} ile gösterelim. Bu akım birincil elektromotor kuvveti ile aynı fazda olacaktır. Transformatörün boşta çalışma akımı I_0 , I_{FE} ve I_m in toplamı olacaktır. Bu kosulu veren fazör diyagramı aşağıda verilmiştir.



Buraya kadar olan tartışmalarda sargıların direnci ve kaçak reaktansı olmadığı varsayılır. Ancak gerçekte sargılar bakır veya alüminyum iletkenlerden yapılmıştır ve dolayısıyla dirençleri vardır. Diğer yandan sargıların toplam akılarının iki bileşenden oluştuğu düşünülebilir. Yararlı akı her iki sargı üzerinden yolunu tamamlayan akıdır. Kaçak akı ise yolunu magnetik malzeme üzerinden tamamlayamazdır.



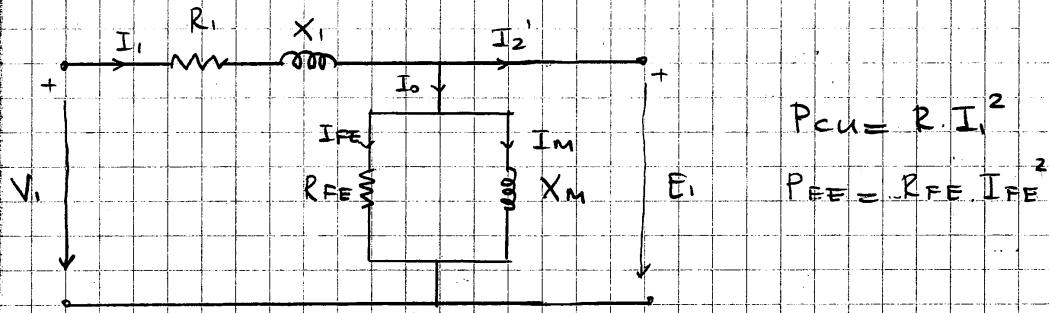
Kaçak akılar yolunu hava üzerinden tamamlarlar. Kaçak akılar nedeniyle oluşan kaçak endüktansları L_1 ve L_2 ile gösterebiliriz. Kaçak endüktanslardan kaçak reaktanslar kolayca bulunur.

$$X_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1$$

$$X_2 = \omega L_2 = 2\pi f L_2$$

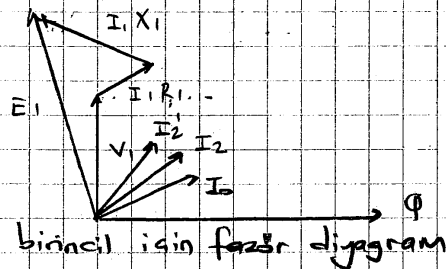
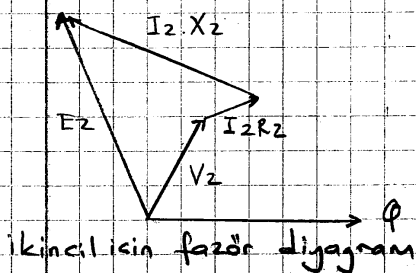
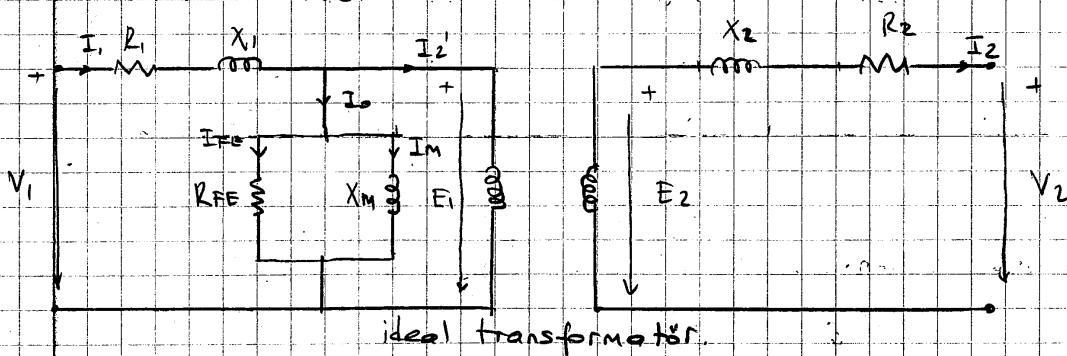
Şimdi gerçek bir transformatorün yükte çalışma durumunu inceleyelim. Birincil sargının akımı I_1 iki kısımdan oluşur. Bu akımlar bosta çalışma akımı I_0 akımı

ve birincile indirgenmiş ikinci akımı I_2' 'dir. Birincil sargılara uygulanan V_1 gerilimi birincil sargı direnci ve birincil kaçak reaktans üzerindeki gerilim düşümü ile birincil sargıda düşülen elektromotor kuvvetin fazları toplamı olacaktır. Boşta çalışma akımı I_0 iki bileşene ayrılabilir. Yararlı akıyla aynı fazda olan manyetislenme akımı I_m ve elektromotor kuvveti ile aynı fazda olan kayıp akımı I_{FE} olacaktır. Transformatorün eşdeğer devresinde birbirleriyle paralel bağlanır. R_{FE} direnci ve X_m reaktansı ile gösterilebilir. Gerçek transformatorün yükte çalışmadaki birincil devresi aşağıda verilmiştir.



Transformatorün çevirme oranı eşdeğer devreye ideal transformator ekleyerek elde edilebilir.

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \text{ olsun.}$$



İndirgenmiş esdeğer devre

İkinci devreye ilişkin gerilim denklemini yazalım.

$$E_2 = V_2 + I_2 \cdot (R_2 + jX_2)$$

Diger yandan $E_2 = E_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = \frac{E_1}{a}$

$I_2 = a I_2'$ dir $a = \frac{N_1}{N_2}$; devirne oranı

Bu değerleri ikinci devreye ilişkin gerilim denkleminde yerine yazalım.

$$\frac{E_1}{a} = V_2 + a I_2' \cdot (R_2 + jX_2)$$

veya

$$E_1 = \underbrace{a V_2}_{V_2'} + I_2' \cdot \left(\underbrace{a^2 R_2}_{R_2'} + j \underbrace{a^2 X_2}_{X_2'} \right)$$

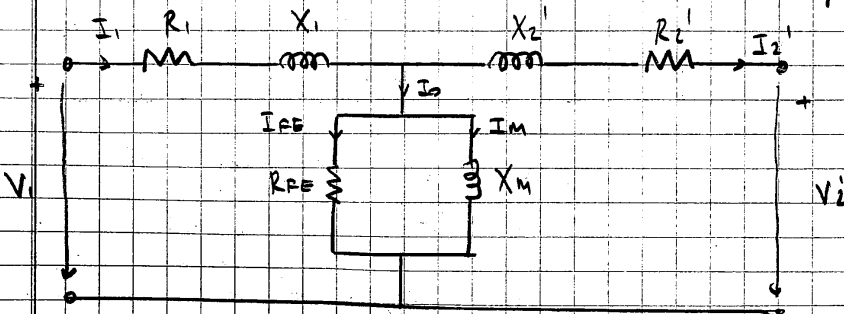
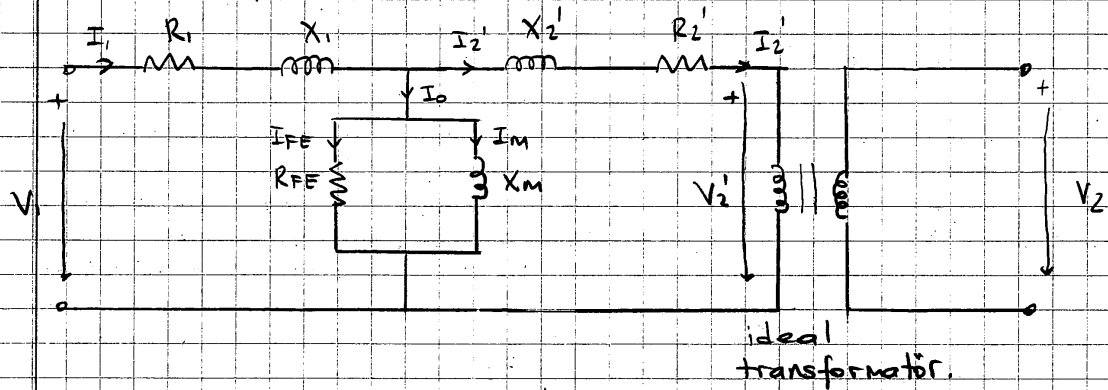
Birincile indirgenmiş büyüklükler

$$R_2' = a^2 R_2$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

$$V_2' = a \cdot V_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{a}$$



Tam esdeğer devre "T" esdeğeri

Birim değerleri

Bir fiziksel büyüklük volt, amper, ohm olarak verilebileceği gibi belirli bir taban (baz) değeri alınarakta verilebilir. Fiziksel büyüklüklerin bu sistemde gs-
telmesine birim değerler (per-unit sistem) adı verilir. Birim değerleri kullanmak fiziksel büyüklüklerin gercek değerlerini uygulamada üstünlük sağlayabilir. Birim değer genel olarak aşağdaki gibi hesaplanır.

$$\text{Birim değer} = \frac{\text{Gercek değer}}{\text{Taban değer}}$$

Birim değerleri

Bir fiziksel büyüklük volt, amper, ohm olarak verilebileceği gibi belirli bir taban (bazı) değeri alınarak verilebilir. Fiziksel büyüklüklerin bu sistemde gösterilmesine birim değerler (per-unit sistem) adı verilir. Birim değerleri kullanmak fiziksel büyüklüklerin gerçek değerlerini uygulamada üstünlük sağlayabilir. Birim değer genel olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{Birim değer} = \frac{\text{Gerçek değer}}{\text{Taban değer}}$$

Transformatörlerde kayıp güçler

Transformatörlerde verim hesabı, kayıp güçlere dayanır. Transformatör kayıpları magnetik devredeki demir ve sargılardaki bakır kayıplarından oluşur. Transformatörlerin hareketli kısımları olmadığından mekanik kayıplar yoktur. Bu nedenle verimleri çok yüksektir ve büyük transformatörlerde % 99,5' u geçer.

Transformatörlerin verimi etiketlerinde belirtilmez. Fakat verilen anma demir kayıp gücü, anma bakır kayıp gücü ve yüklenme durumu ile hesaplanır. Transformatör sabit gerilim ile çalıştığında demir kayıp gücünün özelliği yüke bağlı olmayarak sabit kalması fakat transformatör devrede bulunduğu sürece boşa ve yükte aynı miktarda tüketilmesidir. Bakır kayıp gücünün özelliği ise boşa akımı göz ardı edildiğinde akımın karesi ile değiştığını fakat ancak ikinci taraf yüklenildiğinde tüketilmesidir. Anma demir kayıp gücü $V_F E$ yine anma boşa kayıp gücü P_0 , anma bakır kayıp gücü V_{cu} yine anma kısa devre kayıp gücü P_k alınabilir.

$$V_{FE} = P_0, \quad V_{cu} = P_k$$

P_0 bosta çalışma dereği P_k kısa devre deneyinde ölçülebilir. O halde bosta çalışma ve kısa devre deneyinin önemli bir yararıdır verim hesabını olanaklı kılmıştır.

** (Gerilim sabit kaldığı sürece demir kayıpları sabit, bakır kayıpları değişir)

Anma görünür gücünde verim:

Anma görünür gücü ile yüklemeye ikincil güç veya sırtık gücü anma görünür gücü ile ikincil güç katsayısının çarpımına eşittir. Toplam kayıp gücü anma demir ve bakır kayıp gücünün toplamıdır.

$$P_2 = S_N \cdot \cos \phi_2$$

$$V_N = V_{FE} + V_{cu} = P_0 + P_k$$

$$P_1 = P_2 + V_N = S_N \cos \phi_2 + V_N = S_N \cos \phi_2 + V_{FE} + V_{cu}$$

Verim

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{S_N \cos \phi_2}{S_N \cos \phi_2 + V_N} = 1 - \frac{V_N}{S_N \cos \phi_2 + V_N}$$

* Güç katsayısı arttıkça verim artar.

* Güç katsayısı yüke göre değiştiği için etiketlerde verim yazmaz.

Yükleme oranı:

İşletmede, transformator anma görünür değerinde sürekli çalışmaz. Genellikle yük ve ona bağlı olan kayıp güç ile verim değişir. Bu değişime nedeniyle transformator etiketinde verim yazılmaz. Fakat verimi herhangi bir yükte hesaplamayı olanaklı kılan anma bosta ve kısa devre kayıp gücü belirtir. Bu verilerden gidilerek transformatorün herhangi bir yükte verimini nasıl hesaplanacağını görelim. Hesaplama

yükleme oranı kavramına dayanır. Yüklem oranı I_{2x} de-
 gışken akımı ikincil akımın anma değeri I_{2N} 'e oranıdır.
 Diğer bir deyişle yüklem oranı basit ikincil akımdır.

Bosta çalışma durumunda $x=0$

$$x = \frac{I_{2x}}{I_{2N}} \quad \text{Tam yükte çalışma} \quad x=1$$

Yarı " " " " $x=0,5$ 'dir.

Yüklem oranı özellikle belirtmediği ikincil etkin güç ve
 toplam kayıp güç ile herhangi bir yüklem oranındaki verim
 hesaplanabilir.

$$P_{2x} = S_x \cos \phi_2 = x \cdot S_N \cos \phi_2$$

$$P_{1x} = P_{2x} + V_x = S_x \cos \phi_2 + V_x = x S_N \cos \phi_2 + V_{FE} + x^2 V_{cu}$$

$$\eta_x = \frac{P_{2x}}{P_{1x}} = \frac{S_x \cos \phi_2}{S_x \cos \phi_2 + V_x} = \frac{x S_N \cos \phi_2}{x S_N \cos \phi_2 + V_{FE} + x^2 V_{cu}}$$

$$\eta_x = 1 - \frac{V_x}{P_{2x} + V_x} = 1 - \frac{V_x}{S_x \cos \phi_2 + V_x}$$

$$= 1 - \frac{V_{FE} + x^2 V_{cu}}{x S_N \cos \phi_2 + V_{FE} + x^2 V_{cu}}$$

Bosta kayıp gücü P_0 ve anma kısa devre kayıp gü-
 cü P_k kullanıldığında temel birim bağıntılar aşağıdaki
 biçimi alır.

$$\eta_x = \frac{x S_N \cos \phi_2}{x S_N \cos \phi_2 + P_0 + x^2 P_k} = 1 - \frac{P_0 + x^2 P_k}{x S_N \cos \phi_2 + P_0 + x^2 P_k}$$

Sabit gerilimde yüklem oranının azami ifadesini bulmak
 için verim ifadesinin türevini alalım ve payı sıfıra eşitleyelim.

$$\frac{d\eta_x}{dx} = 0$$

$$x S_N \cos \phi_2 + V_{FE} + x^2 V_{cu} - x (S_N \cos \phi_2 + 2x V_{cu}) = 0$$

$$V_{FE} - x^2 V_{cu} = 0$$

$$x^2 = x_M^2 = V_{FE} / V_{cu}$$

$$x_M = \sqrt{V_{FE} / V_{cu}} = \sqrt{P_0 / P_k}$$

Bu önemli bağıntıya göre yüklenme oranı demir kayıplar oranının bakır kayıplar oranının kareköküne eşit olduğunda azami yükü geçer. Fiziksel olarak geribesleme oranı pozitif olduğundan negatif kök alınmamıştır. Gözlemlendiği gibi azami verimli transformatörlerde anma demir kayıp gücünün anma bakır kayıp gücüne oranı belirler. Tersine olarak, azami verimin oluşturduğu X_M yüklenme oranı bilinirse kayıp oranı hemen hesaplanabilir.

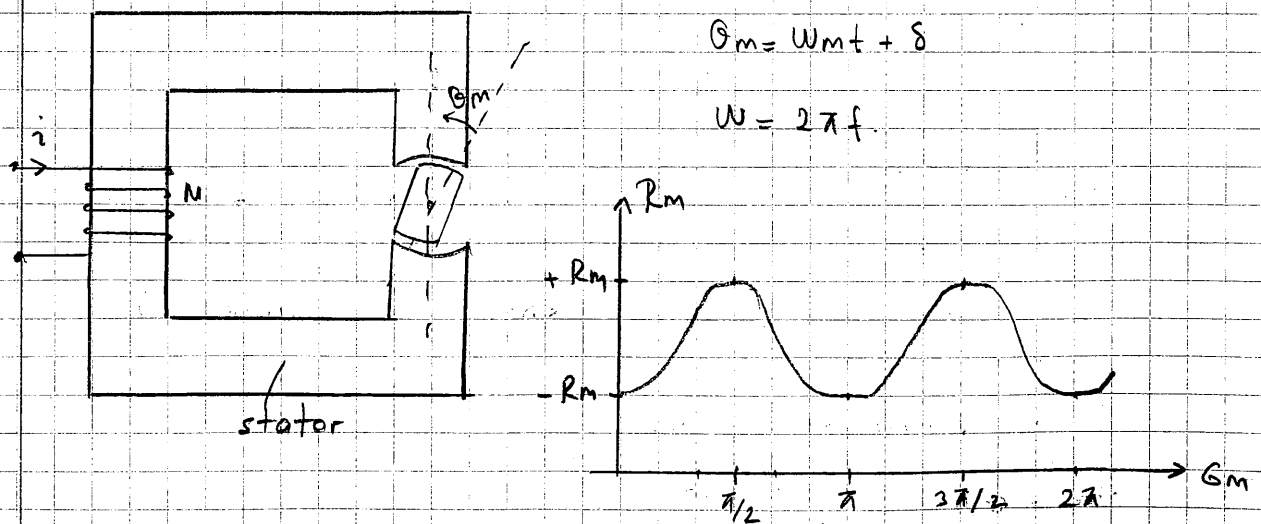
$$\frac{V_{FE}}{V_{cu}} = \frac{P_o}{P_k} = X_M^2$$

Bulunan azami verim koşulunun fiziksel anlamı ilginçtir. Gerçekten azami verim değişken bakır kayıp gücünün, sabit demir kayıp gücüne eşit olduğu yerde elde edilmektedir.

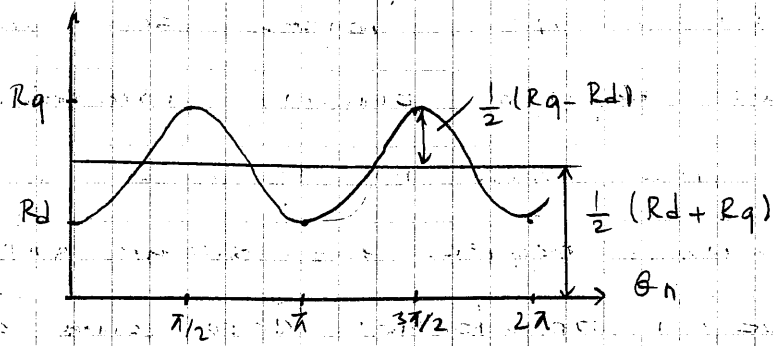
$$V_{FE} - X_M^2 V_{cu} = 0 \quad V_{FE} = X_M^2 V_{cu}$$

Bu sonuç yüke bağlı değişken kayıp gücü, yüke bağlı olmayan sabit kayıp gücüne eşit olduğu şekilde ifade edilirse tam elektrik aygıtları için geçerli olur.

Relüktans Motoru:



Bu periyodik fonksiyonu Fourier serisine açalım. Bir sabit terim bir de değişken terim alalım.



Periyot 180° old için 2 gelir.
 Periyot, 360° olsaydı 1 gelirdi.
 90° " " " " " "

$$R = \frac{1}{2} (R_d + R_q) - \frac{1}{2} (R_q - R_d) \cos 2\theta$$

$$\frac{dR}{d\theta_m} = (R_q - R_d) \cdot \sin 2\theta_m$$

elektresel

$$\phi = \phi_m \sin \omega t$$

$$\phi^2 = \phi_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{\phi_m^2}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$M_e = -\frac{\phi^2}{2} \frac{dR}{d\theta_m}$$

Motorun dönebilmesi için yani enerji dönüşümü yapabilmesi için yani milinden güç alabilmemiz için momentin ortalama değeri sıfırdan farklı olmalıdır.

$$M_{e\text{ort}} \neq 0$$

$$M_e = -\frac{\phi_m^2}{4} (1 - \cos 2\omega t) (R_q - R_d) \cdot \sin 2\theta_m$$

$$M_e = -\frac{\phi_m^2}{4} (R_q - R_d) (1 - \cos 2\omega t) \sin 2\theta_m$$

$$M_e = -\frac{\phi_m^2}{4} (R_q - R_d) (\sin 2\theta_m - \sin 2\theta_m \cos 2\omega t)$$

$$M_e = -\frac{\phi_m^2}{4} (R_q - R_d) \left(\sin 2\theta_m - \frac{1}{2} [\sin 2(\theta_m + \omega t) + \sin 2(\theta_m - \omega t)] \right)$$

$$M_e = -\frac{\phi_m^2}{4} (R_q - R_d) \left(\sin 2(\omega_m t + \delta) - \frac{1}{2} [\sin 2((\omega_m + \omega)t + \delta) + \sin 2((\omega_m - \omega)t + \delta)] \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_m = \omega \\ \omega_m = -\omega \end{array} \right\} \text{ iken } |\omega| = |\omega_m| \text{ ise } M_{e\text{ort}} \neq 0$$

$$M_{e\text{ort}} = \frac{\phi_m^2}{8} (R_q - R_d) \cdot \sin 2\delta$$

Önemli Not:

Yukarıdaki sanuç: yapılan, yapılan varsayımlar altında geçerlidir.

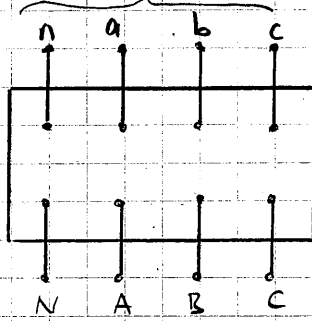
Stator ekseni ile rotor ekseni başlangıç anında üst üste çakışırsa motor dönmez. Motor cubuklarına bir miktar eğim vererek rotor ekseniyle stator ekseni nin çakışması önlenir. Motor cubuklarının eğik yapılmasının bir diğer faydasıda motordaki gürültüyü azaltmaktır.

Gözüm yapılırken moment denklemine gir, cosinus lar ve kare, küpleri toplama verir. t ye bağımlı kosulları bul.

3 - Fazlı transformatörlerde bağlantı grupları ve grup açıları:

3 adet tek fazlı transformatör veya bir adet 3-fazlı transformatör birincil ve ikincil yanlarından yıldız veya üçgen olarak bağlanabilirler. Hangi bir tür bağlamanın gerçekleştirileceğini işletme koşulları belirler. Bağlantı türlerinde yıldız ve üçgen Y, D harfleri ile gösterilir.

Alt gerilim sargılarına ilişkin uçlar.



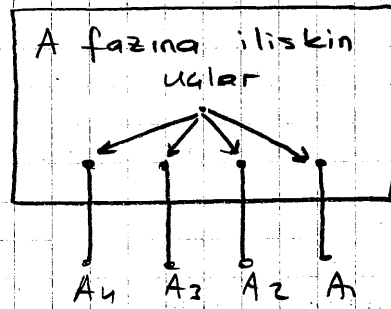
Üst gerilim sargılarına ilişkin uçlar

Transformatör uçlarını belirlemede standart yöntem vardır.

Yüksek gerilimli sargılar için uçlar transformatörün bir yanında alçak gerilimli uçlar ise sargılar transformatörün diğer

Üst gerilim sargılarına ilişkin uçlar A, B, C gibi

alt gerilim sargılarına ilişkin uçlar a, b, c ile singelenir. Üst gerilim sargıları tarafından bakıldığında gerek üst gerilim sargılarının, gerekse alt gerilim sargılarının uçlarına ilişkin harfler soldan - sağa doğru alfabetik sıra ile olmalıdır. Nötr hattı varsa en sol kısma konmalıdır.



Ayrıca harflerle rakam indisler kullanılarak aynı faza ilişkin değişik uçlar gösterilebilir. Örneğin A fazına ilişkin sargıdan dört farklı ucun sıktığını varsayalım. Bu uçlar sağdan sola doğru A₁, A₂, A₃, A₄ olarak adlandıralım. Genel olarak A₁ ucu sargının temel ucu sargılara ilişkin uçlar o tarza uygun yerleştirilirse A₁ ucundaki gerilim A₂ ucundaki gerilime göre her an pozitif olur.

3-fazlı transformatörlerin gösteriminde üst gerilim sargıları için büyük harfler, yıldız için Y, üçgen için D, alt gerilim sargıları için küçük harfler kullanılır. Yıldız için y, üçgen için d. Yd simgesi ile gösterilen 3-fazlı transformatörün birincil sargıların yıldız bağlandığı, ikincil sargıların ise üçgen bağlandığı anlamına gelir.

Değişik transformatör sargıları üst gerilim sargıları ile endüklenen gerilim ile bu sargılara karşı düşen alt gerilim sargılarındaki endüklenen gerilim aynı fazda olabileceği gibi aralarında faz farkı da olabilir. Bu söz konusu faz farkı derece olarak belirtilebileceği gibi grup tanıma sayı kullanılarak belirtilebilir. Grup tanıma sayı saat yönünü

adıylabıda adlandırıldığı olur. Bu yöntemne göre üst gerilim sargısına ilişkin faz-nötr büyüklüğü saatın yelkovanı olarak alınır. 12'de durduğu varsayılır. Altak gerilim sargısını faz-nötr ise saatın akrebi olarak alınır. 3 fazlı iki sargılı bir transformatörün saat yöntemi ile gösteriminde birinci sime üst gerilim sargıları için bağlama seklini, ikinci sime ise alt " " " " " " , üçüncü sime ise üst gerilim sargıları ile alt gerilim sargıları arasındaki grup tanıma açısından örneğin; Yd11 gösterildiğinde 3 fazlı trans. üst gerilim sargıları yıldız, alt gerilim sargıları üçgen ve alt gerilim hat fazörünün 11 olduğu yani üst gerilim hat fazörüne göre 30° ilerde olduğu anlamına gelir.

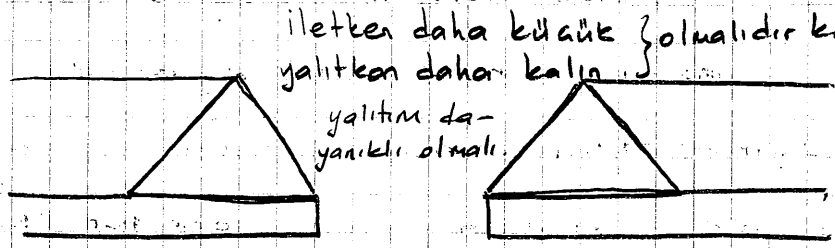
** İki hat arasında faz farkı varsa, 30° ve 30° 'nin katları olmalıdır. Yd5 = $5 \times 30 = 150^\circ$ faz farkı vardır.

Üst gerilim sargılarında endüklenen gerilim ile alt gerilim sargılarında endüklenen gerilim arasındaki faz farkı sargıların sargıların birimine ve fazların nasıl bağlantısına bağlıdır. İşte tüm bu nedenlerden dolayı 3-fazlı transformatörlerde üst ve alt gerilim sargılarının yıldız, üçgen bağlanmalarının yarısıdır, üst ve alt gerilim sargılarında endüklenen gerilimler arasındaki faz farkının bilinmesi gerekir. Alt ve üst gerilim sargıları arasındaki grup asıllarına göre değişik bağlama türleri vardır.

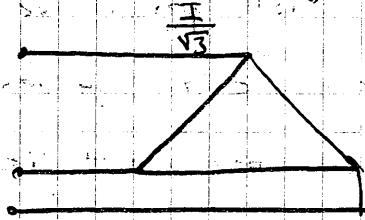
Üçgen-Üçgen bağlantı (Dd)

Birincil ve ikincil sargıların tam hat gerilimine karşı bağlantılı olması gerekir. Ancak gerekli halde faz akımları hat akımlarının $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 'ü kadar. Bu tür bağlantıların gerilim

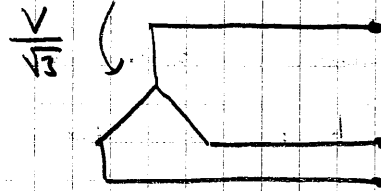
limi düşük onca büyük güçlü transformatörler için yararlıdır. Nötr hattın bulunmaması bu tür bağlantıların sa-
lancağıdır.



Yığın - Yıldız bağlantı (Dy)



Orta - genilim uygulanırsa



Yüksek - genilim uygulanırsa

Transformatörlerin Paralel Bağlanması:

Değişik nedenlerden dolayı transformatörler paralel bağlanırlar.

- Büyük yükler için bir adet transformatör kullanmak pratiklik ve ekonomiklik açısından uygun olmayabilir.
- Trafo merkezlerinde toplam yükü beslemek için standart büyüklükler çok sayıda transformatör kullanmak ye-
dek bulundurmaktan uygun olabilir.
- Trafo merkezinin gelişmesi durumunda var olan trans. kapasite yeterli olmayabilir.
- Enerjinin sürekli durumlarda aktarılması durumunda ek trans. ile işletme emniyeti artırılabilir.

Transformatörlerin paralel bağlanmalarında sayıları artmış dolayısıyla kesici ve koruma aygıtlarına olan gereksinim de artmıştır. Ancak paralel bağlamanın getirdiği yarar olarak küçük yüklerde trans.lerin bir kısmı devre dışı bırakılarak sistemin verimi artırılabilir.

Trans.lerin paralel çalışması için birincil taraflar birincil gerilime ve ikincil taraflar ikincil gerilime paralel bağlanmalıdır. Paralel çalışan trans.lerin ya istasyon içinde bağlanarak aynı yerde birbirine yakın olarak birleştirilimler ya da uzun bir hat üzerinden paralel bağlanırlar. İkincil durumunda iki trans. arasındaki sebebe akımı dengeleyici etki yaratır.

Transformatörlerin

Trans.lerin kusursuz biçimde paralel çalışabilmeleri için aşağıdaki koşullar gerçekleşmesi gerekir.

1) Kusursuz bir paralel çalışmada ikincil gerilimi yüklenmemiş durumda paralel bağlı tüm trans.lerin ikincil sargılarından hiç bir akım geçmez. Bu koşulların sağlanmaması durumunda trans.ler arasında dolanım akımlarının oluşmasına neden olur ve sargılar gereksiz yere yüklenirler.

Yukarıdaki maddede belirtilenlerin gerçekleşmesi için aşağıdaki koşulların var olması gerekir.

a) Paralel çalışan trans.lerin bağlama gruplarının aynı olması gerekir. Bu nedenle gerilim düşümü göz ardı edildiklerinde tüm paralel çalışan trans.lerde ikincil yandaki gerilim fazör sistemi, birincil gerilim fazör sistemine karşı aynı durumu kazanmış olur.

b) Paralel çalışan trans.lerde çevirme oranları eşit olma-

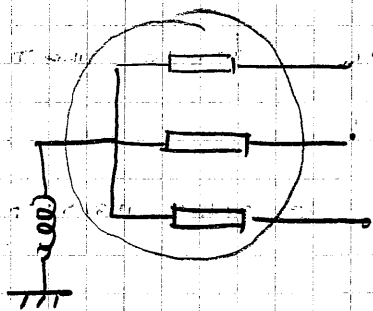
lıdır. Gerilme oranları arasında az bir fark varsa kısa devre gerilimi arasındaki fark % 10' u aşmaması durumunda kısa devre gerilimi % 25'inin $\frac{1}{20}$ ' sine kadar göz yumulabilir.

c) Paralel çalışan trans. lerde bosta çalışma kriterlerinin birincil sargıda oluşturduğu gerilim ile bu gerilim düşümlerinin faz açısı eşit olmalıdır. Böylelikle paralel bağlı trans. ler arasında olanım akımlarının oluşması önlenir.

2) İkincil devrenin yüklenmesi durumunda trans. ler anma güçleriyle orantılı olarak üzerlerine yük almalıdırlar. Bu ikinci koşul gerçekleştirilmemesi paralel çalışan transformatörlerden birinin ya da bir kaçının diğerlerinden önce anma yüküne erişmesine neden olur. Bunun sonucunda bazı transformatörler çok az yüklenirken bazı transformatörler aşırı yüklenir.

Yukarıdaki iki maddede belirtilenlerin gerçekleştirilmesi için aşağıdaki koşulların sağlanması gerekir:

a) Paralel çalışan trans. lerin bağlı kısa devre gerilimleri eşit olmalıdır. Böylece trans. lerin anma yükleri ile orantılı yüklenmeleri sağlanır. Bu koşul gerçekleştirilmezse ve trans. ler kesimlikle paralel çalışmaları gerekiyorsa bu durumda kısa devre gerilimleri arasındaki fark % 10 geçmemelidir. Bağlı kısa devre gerilimlerinin farklı olan sistemlerin kesim ortadan kaldırılmaları için bağlı kısa devre gerilimi daha küçük olan trans. lere bir reaktans bobini bağlanır.



b) Yüke bölünmesi bakımından kısırsız bir paralel çalışma söz konusu ise bu takdirde paralel çalışan trans. lein esit gücde olmaları uygun olur. Paralel çalışan trans. lein güçleri farklı ise standartlarca trans. lein aynı aynı $\frac{V_X}{V_Y}$ oranları arasında müade edilmecektir derecede farklıların ortaya çıkmasına meydan vermemek için küçük güçlü trans. leininin $1/3$ 'den aşağı olmaması konusu aranır.

c) Yükte çalışan trans. leinin yük akımlarının fazları esit olmalıdır.

Bu koşulların gerçekleşmemesi yani paralel çalışan transformatörlerin yük akımlarının esit fazda olmamaları nedeniyle bu akımların cebirsel toplamı toplam yük akımından büyük olması durumu ikerki bunun sonucunda paralel çalışan trans. leinin toplam gücüne erişmek mümkün olmaz.

Transformatörlerin Soğutulması.

Trans. de oluşan bakır ve demir kayıpları transformatörleri ısıtır. Bu ısının uygun olarak havaya iletilmesi gerekmektedir. Küçük güçlü trans. ler hava ile soğutulur, büyük güçlü transformatörler ise yağ ile soğutulur. Trans. içindeki sargılar ile birlikte yağ kazanına sokulur. Kazan içinde yağ dolaşarak soğutulabilir veya pompa ile zorunlu dolaştırılabilir.

Standartlara göre transformatörlerin soğuma biçimleri aşağıda verilmiştir.

AN, kendi kendine hava ile soğutulan transformatör.

AF, hava zorunlu olarak dolaştırılarak soğutulan transformatör.

ONAN, kendi kendine yağ dolaşımı ile soğutulan transformatör.

Bu trans. de kazan dışına konulmuş radyatörlerden yağ geçer bu yağ radyatörde hava üzerinde soğutulur.

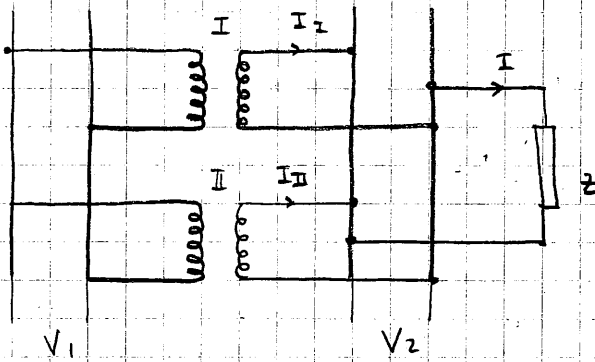
ONAF, kendi kendine yağ dolanımı ile soğuyan transfor-
matör. Radyatöre dışardan hava üflenerek soğutma sağlanır.

OFAN, yağ zorunlu olarak pompa ile dolar. Ayrıca
radyatör doğal hava içinde soğutulur.

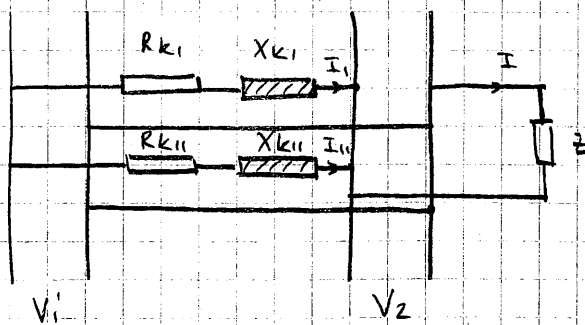
OFAF, yağ zorunlu olarak pompa ile dolar. Ayrıca rad-
yatöre fan ile hava üflenerek soğutuluyor.

OFWF, yağ zorunlu olarak pompa ile delastılır. Ayrıca
yağ içinde buhar ile su geçirilerek yağın soğuması sağ-
lanıyor.

Paralel bağlı transformatörlerde yük paylaşımı:



Paralel bağlı iki transformatör şekilde gösterilmiştir. Trans.
lerin çevirme oranları yaklaşık olarak eşit olsun. Trans. ler ikinci
tarafтан Z empedansı ile yüklenmiştir. I akımının birinci trans.
den gelen kısmı I_1 ve ikinci trans. den gelen kısmı I_2 olsun.



Şekilde trans. lerin birincil sargıları ikincile indirgenmiş olarak gösterilmiştir. Transformatörlerin omik ve reaktif dirençleri yerine bunların geometrik toplamı olan empedansları göz önüne alınır.

$$Z_{k1} = R_{k1} + jX_{k1}$$

$$Z_{k2} = R_{k2} + jX_{k2}$$

elde olunur.

Her iki transformatör için gerilim ifadeleri yazılacak olursa,

$$V_{I} = V_2 + I_I Z_{k1}$$

$$V_{II} = V_2 + I_{II} Z_{k2}$$

akım için,

$$I = I_I + I_{II} \text{ yazılabilir.}$$

$$V_{I} - V_{II} = I_I Z_{k1} - I_{II} Z_{k2}$$

elde olunur. Çözüm,

$$I_I = \frac{\Delta V}{Z_{k1} + Z_{k2}} + \frac{Z_{k2}}{Z_{k1} + Z_{k2}} \cdot I$$

$$I_{II} = \frac{\Delta V}{Z_{k1} + Z_{k2}} + \frac{Z_{k1}}{Z_{k1} + Z_{k2}} \cdot I$$

ifadeleri bulunur.

Bu son bağıntıdan görülüyor ki, akımlar iki terimlidir.

1. terim çevirme oranındaki farktan dolayı oluşan gerilim farkı nedeniyle geçen akımı, 2. terim yük nedeniyle geçen akımı gösterir.

Şimdi çeşitli durumlarda bu akımları alacakları değerleri inceleyelim.

1) Trans. lerin çevirme oranları birbirine eşit olmadıkları varsayalım. Yani $\Delta V \neq 0$ olmadığı sayılsın. Bu durumda trans. ler dışarıdan yüklenmesede gerilim farkından dolayı yalnız trans. sargılarından geçecek olan bir donanım akımı oluşacaktır. Yük akımının değeri sıfır olduğundan bir donanım akım

11) aşağıdaki değere esittir.

$$I_{I0} = I_{II0} = \frac{\Delta V}{Z_{kI} + Z_{kII}}$$

2) Trans. gerilme oranları birliğine eşit olduğu varsayıl-
sın. Yani ikincile indirgenmiş birincil gerilimleri arasındaki
fark sıfıra eşit olsun. Paralel çalışsa bu trans. disardan
yüklenirken zaman zaman aşağıdaki denklemler geçecektir.

$$\Delta V = 0$$

$$I_{II} = \frac{Z_{kII}}{Z_{kI} + Z_{kII}} \cdot I \quad I_{II} = \frac{Z_{kI}}{Z_{kI} + Z_{kII}} \cdot I$$

Son denklemden I_{II} ve I_{II} için verilen ifadeleri taraf
tarafa bölünürse $\frac{I_{II}}{I_{II}} = \frac{Z_{kII}}{Z_{kI}}$ elde olunur. Şimdi bu ifadenin
her iki tarafını $\left(\frac{I_{II}}{I_{II}}\right)$ ile çarpıldıktan sonra elde edilen ifade-
nin her iki tarafı V_2 ile bölünürse,

$$\frac{I_{II}}{I_{II}} \cdot \frac{I_{II}}{I_{II}} \cdot \frac{1}{V_2} = \frac{Z_{kII}}{Z_{kI}} \cdot \frac{I_{II}}{I_{II}} \cdot \frac{1}{V_2}$$

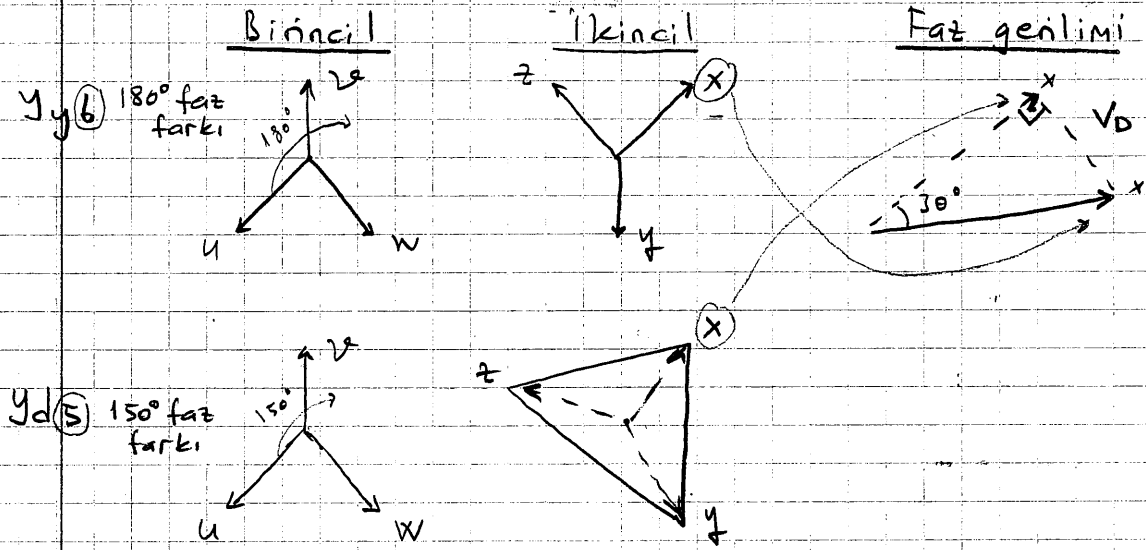
ifadesi elde olunur. Trans.lerin empedanslarıyla ana akım-
ların çarpımları ortak ikincil gerilime olan oranlarıyla bağlı
kısa devre gerilimleri yazılacak olursa denklemler aşağıdaki se-
kilde basitleştirilebilir.

$$\frac{I_{II}/I_{II}}{I_{II}/I_{II}} = \frac{U_{kII}}{U_{kI}}$$

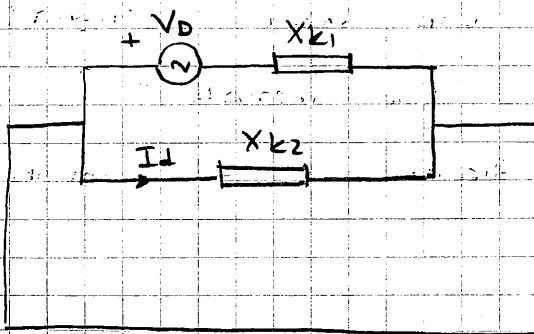
Bu denklemden I_{II}/I_{II} 1. trans.ün yüklenme derecesini,
 I_{II}/I_{II} 'de 2. trans.ün yüklenme derecesidir. Buradan göüle-
ceği gibi paralel çalışan trans.lerin yüklenme dereceleri kısa
devre gerilimleri ile ters orantılıdır. Yani kısa devre gerilim-
leri eşit olmadığında kısa devre gerilimi küçük olan diğer-
ne göre daha fazla yüklenir. Trans.lerin yüklenme dereceleri-
nin eşit olması için kısa devre gerilimlerinde eşit olmalıdır.

Örnek: Yy6 tipinde bir transformator ile Yd5 tipinde bir transformator paralel bağlanmıştır. Dolanım akımını hesaplayınız.

NOT: Yukarıdaki bağlama paralel bağlama koşulları sağlanamaktadır. Yanlışlıkla yapılmış bir bağlamadır. Bu soru böyle bir yanıtı ne kadar ciddi sonuçlar doğuracağını göstermek için tasarlanmıştır.



Yukarıdaki her iki transformator için birincil ve ikincil gerilimler arasındaki fark gerilimi işaret edilmiştir. Bu fark $30^\circ \times (6-5) = 30^\circ$ 'dir. Buna göre paralel bağlı trans. lerin ikincil yanında $V_D = \frac{V_n}{\sqrt{3}} \sin 30^\circ = \frac{V_n}{2\sqrt{3}}$ gibi bir gerilim farkı vardır. Trans. lerin reaktansları $X_{k1} = X_{k2}$ ise omik dirençler ve miktatlarına akımı gözardı edilerek serirne oranı $a=1$ varsayılarak aşağıdaki indirgenmiş şema elde olunur.



Fark gerilimleri nedeniyle paralel bağlı trans. ler arasında

$$I_d = \frac{\frac{V_n}{2\sqrt{3}}}{X_{k1} + X_{k2}}$$

gibi olanın akımı akar. Tran. reaktansları ve $X_{k1} = X_{k2} = X_k$ ise ayrıca trans. lerin anma akımları eşit olup I_n ile gösterilirse

$$\frac{I_d}{I_n} = \frac{\frac{V_n}{2\sqrt{3}I_n}}{2X_k}$$

elde olunur. Transformatorün anma empedansı,

$$Z_n = \frac{V_n}{\sqrt{3}I_n}$$

olduğundan,

$$\frac{I_d}{I_n} = \frac{1}{4} \frac{Z_n}{X_k}$$

bulunur. Genel olarak transformatorlerde

$$\frac{X_k}{Z_n} = \% 5$$

mertebesindedir.

$$\frac{I_d}{I_n} = 5$$

elde olunur. Dis devreye henüz bir akım vermeden 1. transformatorlerden 2. transformatora doğru anma akımının 5 katı yani kısa devre akımı mertebesinde bir akım geçer.

Sargı sıcaklığının ölçülmesi veya hesaplanması

Direnç sıcaklıkla değiştiğinden belli bir direnç değeri hangi sıcaklığa ilişkin olduğu bilinirse bir anlam taşır. Bu nedenle her soğuk durum direnç ölçülmesinde sıcaklığında ölçülmesi ve kaydedilmesi asla unutulmamalıdır.

Bir sıcaklık ölçergeri ile herhangi bir sıcaklıkta bir sargı direnci veya herhangi bir durumdaki sargı sıcaklığı bulunabilir. Diğer bir deyişle sargı sıcaklık ve dirençlerinden biri biliniyorsa diğeri hesaplanabilir. Standartlarda genellikle sargı

75°C'deki dirençlerinin kullanılması öngörülmüştür.

$$R_2 = R_1 \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad t_2 = \frac{R_2}{R_1} (T + t_1) - T$$

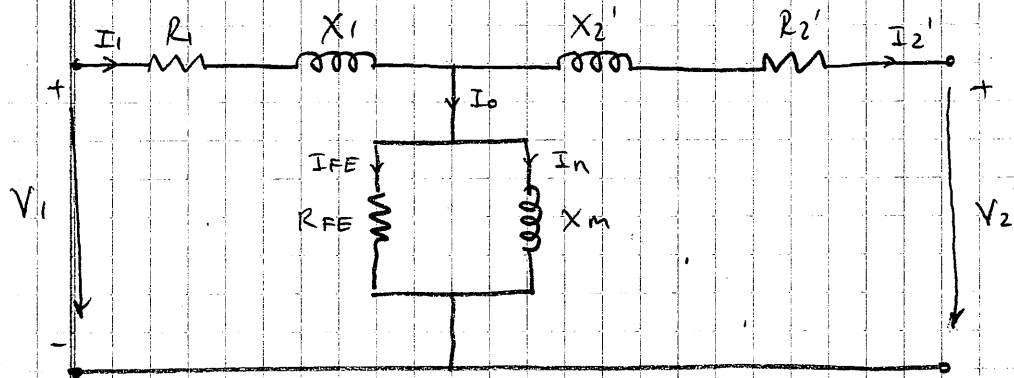
R_1, t_1 : soğuk durumdaki sargı direnci ve celsius sıcaklığı

R_2, t_2 : sıcak " " " " " " " " " " " "

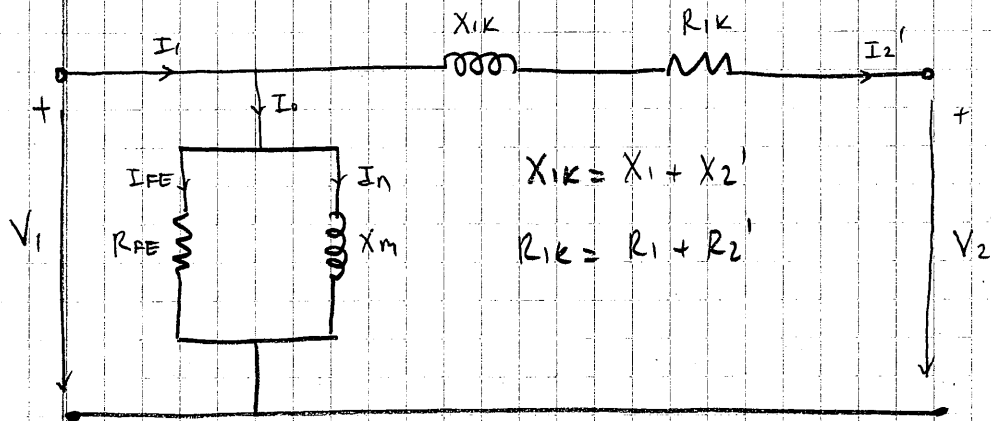
T : sargı iletken malzemesine özgü bir sıcaklık farkı

Bakır için $T = 235$ K alüminyum için $T = 245$ K dir.

Transformatörlerin eşdeğer devreleri:



"T" eşdeğer devresi:



"L" eşdeğer devresi:

NOT: Problemlerde hangi devrenin kullanılacağı belirtilmezse mutlaka "T" devresi kullanılır. Problemlerde özellikle "L" eşdeğer devresi kullanılmadıkça o durumda "L" eşdeğer devresi kullanılır.